

Cinvestav

Centro de Investigación y de Estudios Avanzados
del I.P.N.

DEPARTAMENTO DE FÍSICA

TÍTULO:

**ESTUDIO DEL DECAIMIENTO QUE VIOLA SABOR
LEPTÓNICO $\tau \rightarrow \mu\gamma$ EN EL EXPERIMENTO BELLE II**

Tesis presentada por:

Marcela García Hernández

Para obtener el grado de Maestra en Ciencias en la especialidad de
Física.

Director de Tesis:

Dr. Iván Heredia De la Cruz

Agradecimientos

A mi padre y a todos mis seres queridos.

A mi director de tesis, Dr. Iván Heredia de la Cruz, por su paciencia durante la realización de este trabajo, por compartir sus conocimientos conmigo en todo momento, y por su apoyo incondicional.

A mis sinodales, Dr. Eduard de la Cruz Burelo y Dr. Pablo Roig Garcés, que compartieron sus conocimientos durante la realización de este trabajo y a lo largo de la maestría.

A los integrantes del grupo Belle II México, por transmitirme su experiencia y conocimiento.

A mis profesores, compañeros y a toda la comunidad del departamento de física del CINVESTAV.

A Horacio, por su amistad, comprensión y cariño.

A todos mis amigos, por brindarme su apoyo.

A CONACYT, por el apoyo económico recibido durante la maestría.

Resumen

En este trabajo se realiza un estudio de las variables que nos permiten discriminar entre las posibles fuentes de ruido que surgen al reconstruir el decaimiento $\tau \rightarrow \mu\gamma$ en el experimento Belle II. Este decaimiento viola sabor leptónico y, por ende, es un candidato para estudiar nueva física más allá del Modelo Estándar de la Física de Partículas.

Además, su estudio es primordial para los futuros análisis con datos del experimento Belle II.

Para este análisis se realizó una revisión de las variables físicas, candidatas a ser variables discriminatorias entre las muestras simuladas de señal y ruido. Se aplicaron distintos requerimientos de selección al ruido genérico del experimento y a los posibles ruidos específicos del canal $\tau \rightarrow \mu\gamma$ para obtener una región de señal libre de ruido, estimándose así una cota superior para la razón de decaimiento suponiendo una luminosidad integrada de 1 ab^{-1} .

Este trabajo sienta las bases para un análisis de optimización de la selección de candidatos para incrementar la eficiencia de reconstrucción del canal $\tau \rightarrow \mu\gamma$.

Abstract

In this work, we study the variables that allow us to discriminate among the possible background sources of the $\tau \rightarrow \mu\gamma$ decay in the Belle II experiment. The latter is a lepton flavor violating decay, and therefore, it is a candidate for the search of new physics beyond the Standard Model of Particles Physics. Moreover, the study of the $\tau \rightarrow \mu\gamma$ decay is important for future data analysis in the Belle II experiment.

To perform this analysis, we reviewed the physical variables which help to discriminate between the signal and background simulated samples. Different selection requirements were applied to the generic backgrounds of the experiment and to the specific backgrounds of the $\tau \rightarrow \mu\gamma$ channel to obtain a background-free signal region, thus estimating an upper bound for its branching ratio assuming an integrated luminosity of 1 ab^{-1} .

This work sets the grounds for a candidate selection optimization in order to increase the reconstruction efficiency of the $\tau \rightarrow \mu\gamma$ decay.

Índice general

Agradecimientos	3
Resumen	5
Abstract	7
Lista de figuras	11
Lista de tablas	15
1. Introducción	17
2. Marco teórico	19
2.1. Leptones	20
2.1.1. Sabor leptónico	20
2.1.2. Número leptónico	20
2.2. Neutrinos	21
2.2.1. Oscilaciones de neutrinos	22
2.2.2. Violación de sabor leptónico	23
2.3. Búsqueda de nueva física del leptón τ en Belle II	23
2.4. Decaimiento $\tau \rightarrow \mu\gamma$	25
2.4.1. Modelos de física más allá del Modelo Estándar	26
3. Experimento Belle II	29
3.1. SuperKEKB	31
3.2. Detector Belle II	33
3.2.1. Sistema de rastreo	34

3.2.2.	Identificación de partículas	37
3.2.3.	Calorímetro (ECL)	39
3.2.4.	Detector KLM	40
3.2.5.	Sistema de disparo y adquisición de datos	41
3.3.	<i>Framework</i> BASF2	41
3.4.	Generadores	42
3.5.	GEANT4	44
3.6.	ROOT	45
4.	Análisis	47
4.1.	Señal	47
4.1.1.	Generación	48
4.1.2.	Simulación y Reconstrucción	49
4.2.	Análisis de ruido	50
4.2.1.	Variables discriminatorias	53
4.3.	Análisis anteriores y actual	82
4.4.	Análisis de sensibilidad	84
4.4.1.	Principales ruidos del canal $\tau \rightarrow \mu\gamma$	86
4.4.2.	Selección final	87
5.	Conclusiones	93
A.	Gráficas M_{τ^-} y ΔE	97
B.	$\tau \rightarrow \mu\gamma$ en el marco de una teoría efectiva	99
	Bibliografía	102

Índice de figuras

2.1. Partículas elementales del Modelo Estándar [11].	19
2.2. Cotas superiores de los decaimientos con violación de sabor del leptón τ en los últimos años. Se ha tomado los resultados de Belle y se ha realizado una extrapolación a 50 ab^{-1} para Belle II. Se ha resaltado el decaimiento $\tau \rightarrow \mu\gamma$ [1].	24
2.3. Diagrama del decaimiento $\tau^- \rightarrow \mu^- \gamma$ mediante el bosón mediador W y la oscilación de neutrinos capaz de explicar la violación de sabor leptónico [18].	25
2.4. Calendario de luminosidad esperada para SuperKEKB, hemos señalado las fases 2 y 3 de toma de datos y el momento específico donde se realizará este análisis con 1 ab^{-1} de luminosidad integrada [23].	27
3.1. Luminosidad alcanzada en los últimos años para distintos colisionadores [24].	29
3.2. Agenda de toma de datos del experimento Belle II [18].	30
3.3. Ilustración del acelerador SuperKEKB [26].	32
3.4. Ilustración del detector Belle II [28].	33
3.5. Detector PXD [27].	35
3.6. Detector VXD conformado por los detectores PXD y SVD [27].	35
3.7. Mediciones de $\frac{dE}{dx}$ en el CDC [24].	36
3.8. Configuración del cableado en el detector CDC. La imagen superior corresponde al arreglo en Belle y la inferior a la actualización para Belle II, donde se nota un incremento en la densidad para una mejor identificación ante el aumento del ruido de fondo [27].	37

3.9. Detector TOP	38
3.10. Ilustración del paso de una partícula cargada por el detector ARICH [27].	39
3.11. Localización de ECL y KLM [27].	40
3.12. Ilustración de una cadena de módulos de BASF2 [33].	42
4.1. Masa del leptón τ^- sin cortes de preselección para la región $1 < M_\tau$ [GeV] < 2.5 , el ruido combinatorio es propio de la reconstrucción de la señal.	50
4.2. Masa del leptón τ^- después de la preselección para la región $1 < M_\tau$ [GeV] < 2.5 , el ruido combinatorio es propio de la reconstrucción de la señal.	52
4.3. Momento en el centro de masa de muon, P_μ^{CM} . Los ruidos a) $\mu^+\mu^-(\gamma)$ y $\gamma\gamma(\gamma)$ y b) $e^+e^-(\gamma)$ se distribuyen con un pico centrado en ~ 5 GeV.	55
4.4. Momento en el centro de masa de la traza del <i>tag</i> , P_π^{CM} . Los ruidos a) $\mu^+\mu^-(\gamma)$ y $\gamma\gamma(\gamma)$ y b) $e^+e^-(\gamma)$ se distribuyen con un pico centrado en ~ 5 GeV.	56
4.5. Momento del muón P_μ . Con este corte de selección $P_\mu > 1$ GeV, a) se eliminan eventos de ruido de $\gamma\gamma(\gamma)$ y b) ruido de todas las muestras genéricas.	58
4.6. Energía del fotón E_γ . Se observa que en a) $e^+e^-(\gamma)$, b) $\mu^+\mu^-(\gamma)$ y $\gamma\gamma(\gamma)$ y c) ruidos genéricos, se distribuyen con energías del fotón cercanas a cero.	59
4.7. Suma de energía E_{sum}^{CM} . Las muestras de baja multiplicidad a) $\mu^+\mu^-(\gamma)$ y b) $e^+e^-(\gamma)$ tienen un valor de energía definido y se observa un pico cercano a ~ 10.5 GeV.	61
4.8. Ángulo entre μ y γ en el sistema centro de masa, $\cos\theta_{\mu-\gamma}^{CM}$. Todos los ruidos genéricos se distribuyen principalmente fuera de la región de selección, para ángulos mayores a 90°	62
4.9. Ángulo entre μ y π , $\cos\theta_{\mu-\pi}^{CM}$. La selección en a) y b) ayuda a eliminar ruido de $q\bar{q}$ y eventos de $\gamma\gamma(\gamma)$	63

4.10. Momento residual P_{miss} . El ruido de baja multiplicidad a) $e^+e^-(\gamma)$ y b) $\mu^+\mu^-(\gamma)$ y $\gamma\gamma(\gamma)$, se distribuye alrededor de $P_{miss} \sim 0$ 65

4.11. Ángulo entre la partícula faltante y la traza del *tag*, $\cos\theta_{miss-\pi}^{CM}$. La selección ayuda a eliminar eventos de ruido de todas las muestras de a-b) baja multiplicidad y c) genéricas, las cuales se distribuyen principalmente a ángulos mayores a 90° 66

4.12. Distribución M_{miss}^2 vs P_{miss} . De a) eventos de señal y b) eventos de $\tau^+\tau^-$. Las líneas azules delimitan la región de selección para la señal. 67

4.13. Ilustración de la variable *thrust*, la cual separa la región de señal y el *tag*. 69

4.14. La energía total E_{tot}^{CM} , ayuda a eliminar eventos de baja multiplicidad a) $e^+e^-(\gamma)$ y b) $\mu^+\mu^-(\gamma)$ y $\gamma\gamma(\gamma)$ 70

4.15. Variable $|thrust|$. La señal se encuentra centrada en ~ 0.95 . El corte superior elimina ruido de baja multiplicidad a) $e^+e^-(\gamma)$ y b) $\mu^+\mu^-(\gamma)$ y $\gamma\gamma(\gamma)$ y el corte inferior elimina casi por completo c) B^+B^- y $B^0\bar{B}^0$ de ruido genérico. 71

4.16. Masa de la partícula faltante M_ν^2 . En a) la selección elimina principalmente eventos de $\tau^+\tau^-$ y b) eventos de $e^+e^-(\gamma)$ 72

4.17. El coseno del ángulo ente μ^- y τ^- , $\cos\theta_{\tau-\mu}^R$, elimina una gran cantidad de ruido de todas las muestras de a-b) baja multiplicidad y c) genéricas. 74

4.18. Razón de la energía de la partícula γ entre los cristales $E9$ y $E21$ del ECL. La selección elimina ruido remanente de todas las muestras de a-b) baja multiplicidad y c) genéricas. 75

4.19. Tiempo entre *clusters* del ECL para la partícula γ , útil para eliminar ruido de todas las muestras de a-b) baja multiplicidad y c) genéricas. 76

4.20. *Thrust* de la señal τ^- . Se observa la separación de la señal y el ruido, la selección elimina eventos de todos los tipos de ruidos remanentes a-b) baja multiplicidad y c) genéricos. 78

4.21. Ángulo entre el eje del <i>thrust</i> de la señal y eje z. La selección ayuda a eliminar principalmente a) $e^+e^-(\gamma)$, b) $\mu^+\mu^-(\gamma)$ y en c) eventos de $u\bar{u}$ y $\tau^+\tau^-$	79
4.22. Ilustración de los conos de CLEO	80
4.23. Cono de CLEO 1. La selección $\tau_{cc1} < 5$ remueve eventos de ruido de a-b) baja multiplicidad y c) genéricos.	81
4.24. Ruidos del leptón τ^- provenientes de decaimientos de $\tau^+\tau^-$, antes de la selección final.	85
4.25. Región de señal M_{τ^-} vs. ΔE	88
4.26. Rotación de la región de señal M_{τ^-} vs. ΔE	88
A.1. Masa invariante M_{τ^-} antes de la selección final de la señal. Para la región $1.7 < M_{\tau^-} [\text{GeV}] < 1.85$	97
A.2. ΔE antes de la selección final de la señal. Para la región $-0.4 < \Delta E [\text{GeV}] < 0.2$	98
B.1. Perspectivas para las observaciones de decaimientos de violación de sabor leptónico para los diferentes modelos de un solo operador efectivo dominante [40].	101

Índice de tablas

2.1. Cotas superiores para la razón de decaimiento de $\tau \rightarrow \mu\gamma$ en los últimos años.	26
2.2. Predicciones de varios modelos de nueva física para la razón de decaimiento de $\tau \rightarrow \mu\gamma$	26
3.1. Procesos físicos y sus secciones eficaces para una energía de colisión de 10.573 GeV [34], los proceso con * tienen cortes de aceptación como se explica previamente en el texto.	44
4.1. Recopilación de los requerimientos de selección para el canal $\tau \rightarrow \mu\gamma$	54
4.2. Preselección para los análisis de $\tau \rightarrow \mu\gamma$. En † la energía para el fotón corresponde a las regiones (<i>forward endcap</i> , <i>barrel</i> , <i>backwards endcap</i>).	82
4.3. Comparación de los requerimientos de selección para el canal $\tau \rightarrow \mu\gamma$. El * denota requerimientos parecidos a los análisis anteriores.	83
4.4. Eventos remanentes antes de la selección final a 0.8 ab^{-1} . En * $e^+e^-(\gamma)$ y $\gamma\gamma(\gamma)$ tiene los cortes de preselección mencionados en la Tabla 3.1	84
4.5. Eventos remanentes de $\tau^+\tau^-$ antes de la selección final a 0.8 ab^{-1}	85
4.6. Eventos remanentes de $\tau^+\tau^-$ antes de la selección final escalados a 1 ab^{-1}	86

Capítulo 1

Introducción

En la actualidad, la teoría más completa que explica el comportamiento de las partículas elementales, junto con el acoplamiento de tres de las cuatro fuerzas fundamentales de la naturaleza, es el Modelo Estándar de la Física de Partículas (SM por sus siglas en inglés, *Standard Model*). Las predicciones del SM coinciden con gran precisión con los resultados experimentales.

Sin embargo, aún existen muchos problemas en la física de partículas que no se han podido explicar dentro del marco del SM. La violación de sabor leptónico (LFV, por sus siglas en inglés, *Lepton Flavor Violation*) en el sector de los leptones cargados representa una herramienta importante para buscar nueva física capaz de explicar estos problemas.

Para las fabricas de mesones B, como lo es el colisionador SuperKEKB en el experimento Belle II, resulta conveniente buscar LFV en el leptón τ ya que, si bien superKEKB está diseñado para colisionar a una energía de centro de masa (~ 10.58 GeV) correspondiente a la resonancia $\Upsilon(4S)$, la sección eficaz de τ ($\sigma_\tau \simeq 0.919$ nb) es suficientemente alta para producir una gran cantidad de leptones τ .

Específicamente, superKEKB esta diseñado para alcanzar una luminosidad de $8 \times 10^{-35} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$ con lo cual se logrará producir un total de $\sim 5 \times 10^{10}$ pares de τ en el periodo de 8 años de su funcionamiento [1].

En particular, en este trabajo estamos interesados en estudiar el decaimiento que viola sabor leptónico $\tau \rightarrow \mu\gamma$, el cual tiene una razón de decaimiento suprimida en el SM ($\sim 10^{-45}$) [2, 3], pero que en distintos modelos de nueva física [4–8] cuenta con cotas del orden de $10^{-8} - 10^{-10}$ las cuales podrían ser alcanzables por el experimento Belle II. Por lo tanto, es un excelente candidato en la búsqueda de nueva física.

En el capítulo 2 de este trabajo se presentan con mayor detalle los temas relacionados al leptón τ : oscilaciones de neutrinos y el papel que tomaron las oscilaciones de neutrinos en la violación de sabor leptónico.

También se explica brevemente el programa de física del leptón τ en el experimento Belle II y se da información relevante del decaimiento $\tau^- \rightarrow \mu^- \gamma$ y los distintos modelos con los que se han obtenido cotas superiores para la razón de decaimiento, las cuales se podrían poner a prueba con el experimento Belle II.

En el capítulo 3 se describe el experimento Belle II junto con los distintos detectores que lo conforman, el software BASF2, los generadores de simulaciones Monte-Carlo para la física del leptón τ , el simulador del detector Geant4 y se menciona brevemente el software de análisis ROOT.

En el capítulo 4 se presenta el análisis aplicado al decaimiento $\tau^- \rightarrow \mu^- \gamma$ para la separación ruido-señal, donde se muestran todas las variables discriminatorias junto con los requerimientos de selección y el cálculo de la razón de decaimiento.

También se incluye una sección donde se hace una comparación del presente análisis con los análisis anteriores de Belle y el análisis más actual de Belle II.

En el capítulo 5 se presentan las conclusiones y perspectivas del trabajo.

Capítulo 2

Marco teórico

El Modelo Estándar de la Física de Partículas (SM) describe los fenómenos asociados con las fuerzas de interacción débil, fuerte y electromagnética mediante el grupo de norma $SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$.

Hasta el momento conocemos dos tipos de partículas elementales: los quarks y los leptones. Además, se encuentran las partículas mediadoras de las interacciones y, para que el SM sea una teoría consistente con partículas masivas, se requiere la introducción de un bosón escalar con espín cero, el bosón de Higgs [9, 10].

Las partículas elementales que conforman el SM se presentan en la Figura 2.1.

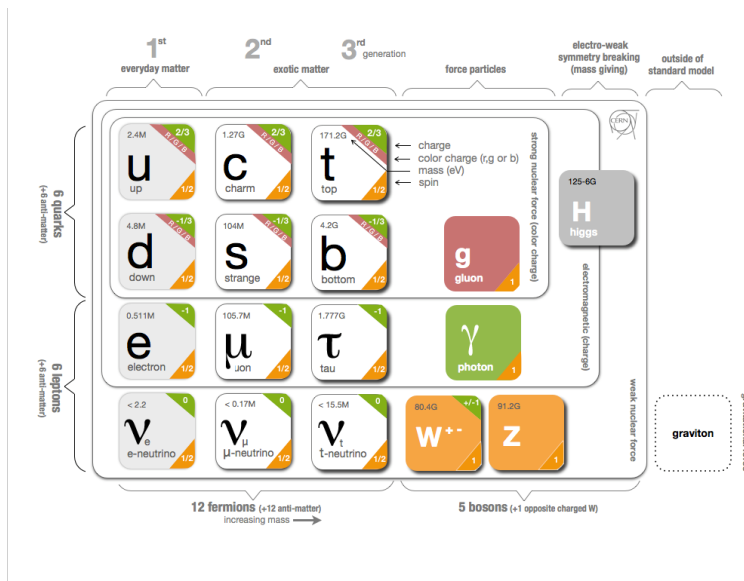


Figura 2.1: Partículas elementales del Modelo Estándar [11].

2.1. Leptones

Los leptones electrón (e), muon (μ) y el tau (τ) tienen todas la misma carga eléctrica y cada uno tiene asociado su propio neutrino con carga eléctrica cero.

Junto con sus respectivas anti-partículas, los leptones cargados experimentan tres de las cuatro fuerzas fundamentales, la gravedad, la interacción débil y el electromagnetismo, mientras que los leptones neutros (neutrinos) sólo las primeras dos.

En física de partículas la magnitud de la interacción debida a la gravedad es despreciable respecto a las demás.

2.1.1. Sabor leptónico

El sabor de los leptones está organizado en tres familias de dobletes

$$\begin{bmatrix} e \\ \nu_e \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} \mu \\ \nu_\mu \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} \tau \\ \nu_\tau \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

De aquí se define el número cuántico sabor para cada familia:

- $\mathcal{L}_e = 1$ para electrón y neutrino del electrón.
- $\mathcal{L}_\mu = 1$ para muon y neutrino del muón.
- $\mathcal{L}_\tau = 1$ para tau y neutrino del tau.

Para sus anti-partículas el valor es -1 y para otro tipo de partículas es 0 .

Ejemplos de decaimientos que conservan sabor leptónico son $\tau^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu \nu_\tau$ y $\tau^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \nu_\tau$, los cuales son los principales canales de decaimiento del leptón τ .

2.1.2. Número leptónico

Un número leptónico se puede definir como la diferencia entre el número de leptones (n_l) y el número de anti-leptones (n_{-l}), $L = n_l - n_{-l}$. Todas las observaciones experimentales han demostrado que es una cantidad conservada; sin embargo, se desconoce el mecanismo o la razón fundamental del porqué esta cantidad se deba conservar (se trata de una simetría accidental del SM). Debido a esto, existen varios estudios en busca de nueva física que involucran la violación del número leptónico.

2.2. Neutrinos

Los neutrinos son partículas fundamentales (leptones) de espín $\frac{1}{2}$, y a diferencia de e , μ y τ , tienen carga eléctrica neutra (cero).

Cada segundo más de 10^{12} neutrinos están pasando a través de nuestro cuerpo sin afectarnos en ningún sentido, ya que la probabilidad de que un neutrino interactúe con la materia es despreciable. Por esta razón se necesitan grandes y sofisticados instrumentos para estudiarlos [12].

En 1930 Pauli propuso la existencia de los neutrinos debido a los problemas que surgían al explicar el decaimiento beta, ya que al tratarse de una desintegración del tipo $n \rightarrow p + e^-$, la energía del electrón debería estar bien definida; sin embargo, experimentalmente se encontraba un espectro continuo de energía.

Pauli proponía a otra partícula que no hubiese sido observada la cual fuera emitida junto con el electrón, y así, por conservación de energía se lograba explicar este continuo de energía del electrón. Por conservación de momento angular la partícula debía ser un fermión, con lo que permitía también preservar la conexión espín-estadística. Así, se trataba de una desintegración del tipo $n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$.

En 1934 Fermi desarrolló la primera teoría del decaimiento beta incluyendo a los neutrinos los cuales se suponían sin masa y sin carga. Esta teoría sentó las bases para entender la interacción débil y posteriormente la teoría electrodébil.

En 1956 la existencia de los anti-neutrinos fue demostrada por Cowan y Reines mediante el proceso $\bar{\nu}_e + p \rightarrow n + e^+$ (En 1995 Reines recibe el Premio Nobel de Física) [13, 14].

Durante mucho tiempo se pensó que los neutrinos eran partículas sin masa hasta el descubrimiento de las oscilaciones de neutrinos.

2.2.1. Oscilaciones de neutrinos

Experimentos recientes muestran que los neutrinos pueden convertirse de un sabor a otro, por ejemplo, pasar de un neutrino del electrón a un neutrino del muon $\nu_e \leftrightarrow \nu_\mu$. Esto resuelve el problema que se tenía en 1968 referente a las mediciones de los neutrinos solares; cuando se realizó el primer experimento que medía neutrinos solares mediante el decaimiento beta inverso ($\nu_e + n \rightarrow p + e^-$), se encontró que la acumulación de neutrinos solares fue solo una tercera parte de los que se habían predicho.

En esa época se encontró una explicación simple la cual proponía que los neutrinos del electrón producidos en el Sol se transformaban durante su tiempo de vuelo en diferentes especies, las cuales los experimentos no habían podido detectar. A este mecanismo se le llamó oscilaciones de neutrinos.

Teóricamente se pueden entender como estados de mezcla cuánticos y por ejemplo, para el caso en que sólo consideremos dos neutrinos ν_e y ν_μ , podemos calcular la probabilidad de que el neutrino del electrón se convierta en un neutrino del muon después de un tiempo t :

$$P_{\nu_e \rightarrow \nu_\mu} = \left\{ \sin(2\theta) \sin \left[\frac{(m_2^2 - m_1^2)c^4 t}{4\hbar E} \right] \right\}^2 \quad (2.2)$$

donde se ha considerado \vec{p} constante (en $E^2 = |\vec{p}|^2 c^2 + m^2 c^4$) y además podemos notar, mediante la función seno, que la oscilación solo puede existir si el ángulo de mezcla θ es distinto de cero y la diferencia de masas entre pares de neutrinos es distinta de cero.

En el caso de tres neutrinos las probabilidades de mezcla de sabor están determinadas por los elementos de la matriz de mezcla PMNS [15].

Además, el estudio de las oscilaciones de neutrinos solo puede dar valores a la diferencia de la masa de los neutrinos; sin embargo, estudios de precisión experimental de la energía máxima de los electrones en el decaimiento beta del Tritio han determinado cotas superiores para la masa de los neutrinos, menor que 2.2 eV [12]. El experimento KATRIN espera alcanzar cotas menores a 0.2 eV en los proximos

años [16].

Hace 20 años, en 1998 se confirmaron experimentalmente las oscilaciones de neutrinos por la colaboración Super-Kamiokande [17].

2.2.2. Violación de sabor leptónico

En la formulación del SM se asume que los neutrinos no tienen masa, por lo tanto, el sabor leptónico es una cantidad conservada. Sin embargo, debido a que los resultados experimentales han confirmado las oscilaciones de neutrinos, sabemos que el sabor leptónico no se conserva en el sector de los neutrinos, lo cual nos lleva a preguntarnos si esto también ocurre en el sector de leptones cargados. De observarse este fenómeno de violación de sabor leptónico, nos llevaría a nuevos escenarios de física más allá del SM.

Hasta el momento no se han encontrado observaciones de violación de sabor leptónico, y no podemos asegurar que estos procesos sean observados, a pesar de esto, la motivación en el sector de neutrinos y la ausencia de un mecanismo general que establezca la conservación de sabor leptónico, así como las cotas experimentales y las razones de decaimiento estimadas por los distintos modelos de física más allá del SM para los distintos canales de decaimiento con LFV del leptón τ , nos motiva a realizar el estudio del decaimiento $\tau^- \rightarrow \mu^- \gamma$, el cual viola sabor leptónico \mathcal{L}_τ ($1 \rightarrow 0$) y \mathcal{L}_μ ($0 \rightarrow 1$).

2.3. Búsqueda de nueva física del leptón τ en Belle II

Como ya se ha mencionado, un escenario para buscar nueva física más allá del SM es la búsqueda de violación de sabor leptónico (LFV), y es muy conveniente buscarla en el leptón τ , ya que el mecanismo que rige su producción y sus decaimientos en la teoría electrodébil son entendidas. Además, existen varios procesos de LFV que se pueden estudiar.

El experimento Belle II ofrecerá la posibilidad de estudiar física de τ con gran precisión. Su colisionador superKEKB esta diseñado para alcanzar una luminosidad de $8 \times 10^{35} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$, cerca de 40 veces más que el colisionador KEKB. Se lograrán producir aproximadamente un total de 5×10^{10} pares de τ en un periodo de 8 años para su análisis [1].

En la Figura 2.2 se muestran las cotas superiores para la razón de decaimiento al 90% de nivel de confianza que se han obtenido en los últimos años para los decaimientos con LFV del leptón τ , así como las predicciones que se esperan obtener en el experimento Belle II, tomando los últimos resultados de Belle y haciendo una extrapolación para una luminosidad integrada de 50 ab^{-1} .

En particular para $\tau \rightarrow \mu\gamma$ se espera reducir el límite a órdenes de $\sim 10^{-9}$.

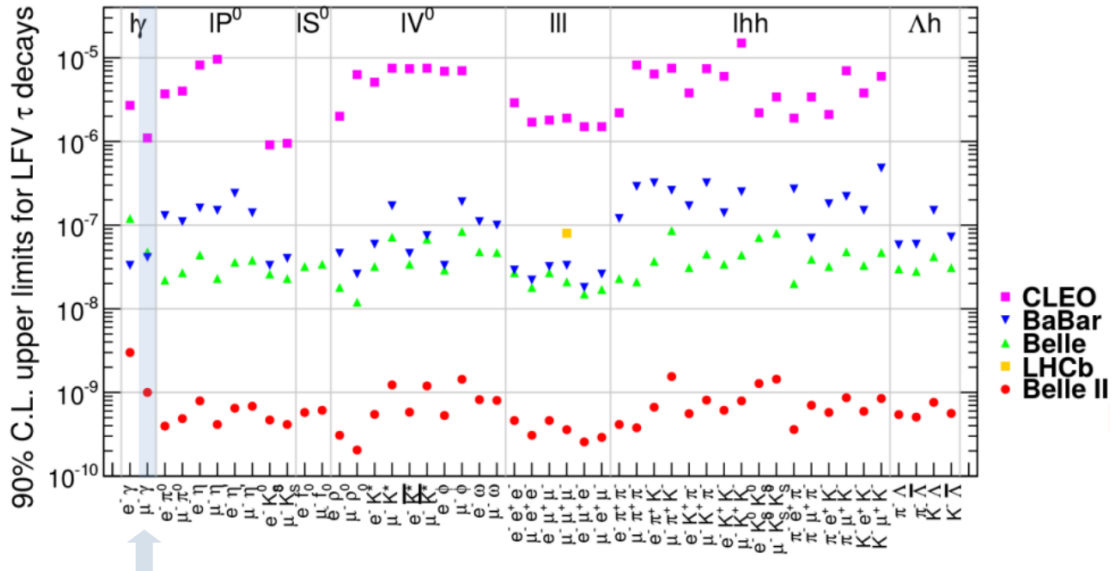


Figura 2.2: Cotas superiores de los decaimientos con violación de sabor del leptón τ en los últimos años. Se ha tomado los resultados de Belle y se ha realizado una extrapolación a 50 ab^{-1} para Belle II. Se ha resaltado el decaimiento $\tau \rightarrow \mu\gamma$ [1].

2.4. Decaimiento $\tau \rightarrow \mu\gamma$

Cuando se incluyen neutrinos masivos en el SM, se encuentra que en el decaimiento $\tau \rightarrow \mu\gamma$ la razón de decaimiento está suprimida por la cuarta potencia de la masa de los neutrino cuyos valores son muy pequeños, encontrando así una cota para su razón de decaimiento del orden de $\sim 10^{-45}$ [1–3]:

$$\mathcal{B}(\tau \rightarrow \mu\gamma) = \frac{3\alpha}{32\pi} \left| \sum U_{\tau i}^* U_{\mu i} \frac{\Delta m_{3i}^2}{m_W^2} \right|^2 \leq 10^{-45}. \quad (2.3)$$

En este modelo de neutrinos masivos, el decaimiento $\tau \rightarrow \mu\gamma$ se puede entender mediante el intercambio de un neutrino, el cual puede oscilar de $\nu_\tau \leftrightarrow \nu_\mu$, de tal manera que la violación de sabor leptónico se satisfaga, esquemáticamente se muestra en la Figura 2.3.

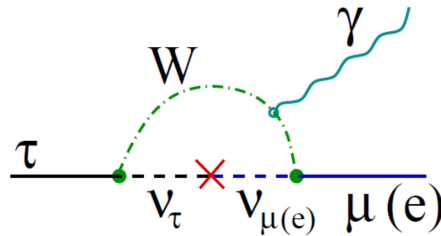


Figura 2.3: Diagrama del decaimiento $\tau^- \rightarrow \mu^- \gamma$ mediante el bosón mediador W y la oscilación de neutrinos capaz de explicar la violación de sabor leptónico [18].

En la Tabla 2.1, se muestran las cotas superiores experimentales para la razón de decaimiento (al 90 % de nivel de confianza) que se han obtenido en los últimos años por las fabricas de mesones B, Belle y Babar, siendo la medición de Babar de 2009 la más actual.

Colaboración	Luminosidad integrada [fb^{-1}]	Razón de decaimiento	Referencias
BELLE 2004	232.2	$\mathcal{B}(\tau \rightarrow \mu\gamma) < 3.1 \times 10^{-7}$	[19]
BABAR 2005	225.2	$\mathcal{B}(\tau \rightarrow \mu\gamma) < 6.8 \times 10^{-8}$	[20]
BELLE 2008	535	$\mathcal{B}(\tau \rightarrow \mu\gamma) < 4.5 \times 10^{-8}$	[21]
BABAR 2009	$9.6 \times 10^8 \tau$	$\mathcal{B}(\tau \rightarrow \mu\gamma) < 4.4 \times 10^{-8}$	[22]

Tabla 2.1: Cotas superiores para la razón de decaimiento de $\tau \rightarrow \mu\gamma$ en los últimos años.

2.4.1. Modelos de física más allá del Modelo Estándar

En muchos mecanismos de generación de masa de neutrinos y de otros modelos de física más allá del SM la razón de decaimiento de $\tau \rightarrow \mu\gamma$ a niveles $< 10^{-8}$ es clave para discernir entre dichos modelos.

En la Tabla 2.2 se presentan las predicciones para la razón de decaimiento de $\tau^- \rightarrow \mu^- \gamma$ para varios modelos y las referencias donde se puede encontrar más información al respecto.

Modelo	$\tau \rightarrow \mu\gamma$	Referencia
SM + osc. ν	10^{-45}	[1–3]
SUSY Higgs	10^{-10}	[4]
Little Higgs	10^{-10}	[5]
SM + heavy ν_R	10^{-9}	[6]
Non-universal Z'	10^{-9}	[7]
SUSY SO(10)	10^{-8}	[8]

Tabla 2.2: Predicciones de varios modelos de nueva física para la razón de decaimiento de $\tau \rightarrow \mu\gamma$.

Además, el estudio de varios canales de decaimientos con LFV del leptón τ nos permitirá poner a prueba estos modelos de nueva física.

Por ejemplo, en modelos donde $\tau \rightarrow \mu\gamma$ tiene la razón de decaimiento más grande frente a los demás decaimientos con LFV, el cociente de la razón de decaimiento

de $\mathcal{B}(\tau \rightarrow \mu\gamma)$ y $\mathcal{B}(\tau \rightarrow \mu\mu\mu)$, donde $\tau \rightarrow \mu\mu\mu$ es inducido mediante diagramas de pingüino (con emisión de fotón) es $\sim 2.2 \times 10^{-2}$ [1].

Más información sobre el decaimiento $\tau \rightarrow \mu\gamma$ en el marco de una teoría general efectiva se presenta en el Apéndice B.

Este trabajo presenta un estudio de sensibilidad del decaimiento $\tau \rightarrow \mu\gamma$ con una luminosidad integrada de 0.8 ab^{-1} y se extrapoló el resultado a 1 ab^{-1} , la cual, de acuerdo a la estimación de la luminosidad del experimento Belle II, se alcanzará a finales del año 2019 durante la fase 3 de la toma de datos, como se muestra en la estimación de la luminosidad de SuperKEKB en la Figura 2.4.

SuperKEKB luminosity projection

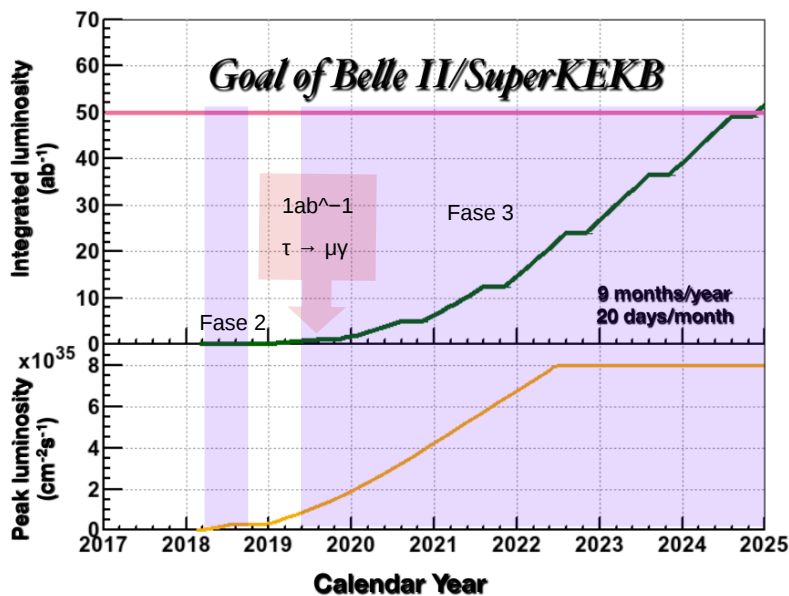


Figura 2.4: Calendario de luminosidad esperada para SuperKEKB, hemos señalado las fases 2 y 3 de toma de datos y el momento específico donde se realizará este análisis con 1 ab^{-1} de luminosidad integrada [23].

Es importante destacar que la búsqueda de la señal $\tau \rightarrow \mu\gamma$ no es una tarea fácil, ya que cuenta con diferentes fuentes de ruido en Belle II, por otra parte, una gran luminosidad, nos permitirá realizar varios análisis con cortes más rigurosos y otras técnicas de análisis de datos.

Capítulo 3

Experimento Belle II

El experimento Belle II es muy importante en la actualidad, ya que se espera que su acelerador de partículas SuperKEKB sea el primero en alcanzar una luminosidad de $8 \times 10^{35} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$, aproximadamente 40 veces mayor que su predecesor KEKB en Belle [1]. Será el primer experimento en alcanzar estos valores de luminosidad frente a los distintos colisionadores que se pueden observar en la Figura 3.1.

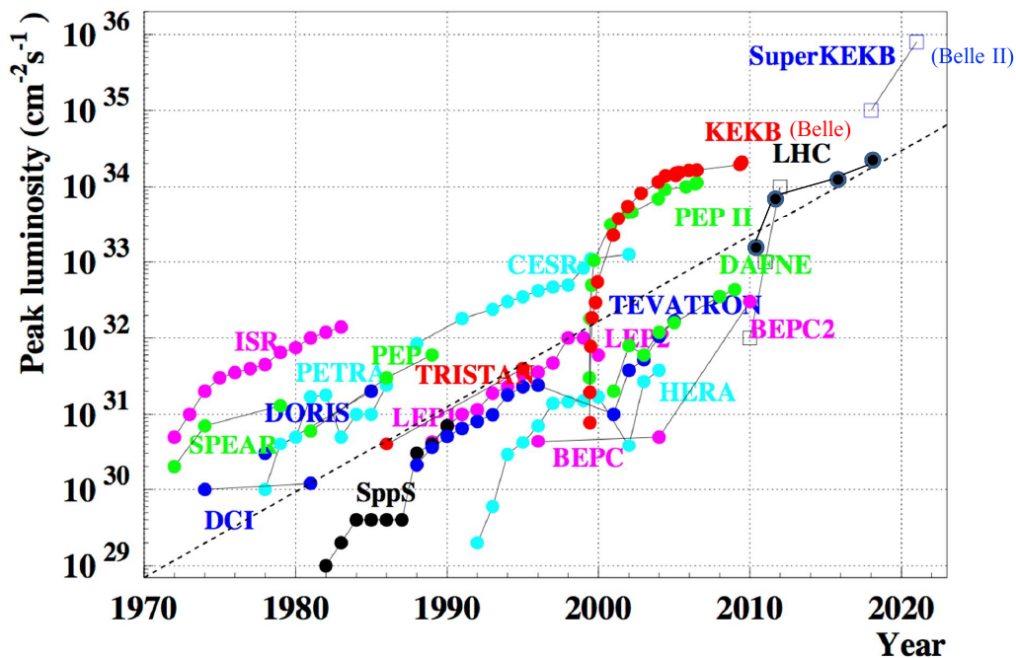


Figura 3.1: Luminosidad alcanzada en los últimos años para distintos colisionadores [24].

Esquema Actual

El 26 de Abril de 2018, Belle II observó las primeras colisiones del acelerador SuperKEKB.

En Julio de 2018, se alcanzó un valor en la luminosidad instantánea de $5.5 \times 10^{33} \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1}$.

Actualmente se encuentran realizando la instalación y ajustes de los detectores que conforman el VXD (los cuales se describen en la sección. 3.2.1), con lo cual se logrará el montaje completo del detector Belle II, y se podrá inicial la Fase 3 de la agenda de toma de datos. Se tiene pensado empezar a tomar estos datos a principios del año 2019.

En la Figura 3.2 se muestra la agenda de toma de datos del experimento Belle II y a continuación se explica brevemente lo que se ha realizado hasta el momento.

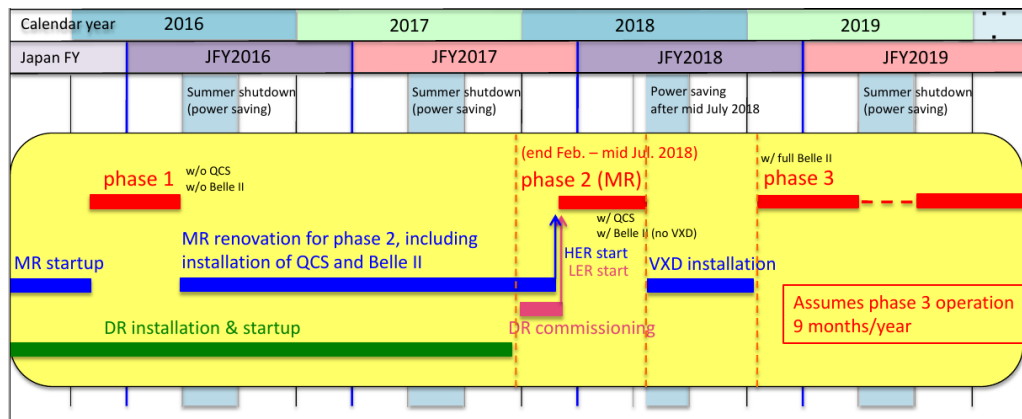


Figura 3.2: Agenda de toma de datos del experimento Belle II [18].

Fase 1

Durante esta primera fase, mediante el sistema de detectores de radiación BEAST II (*Beam Exorcisms of A Stable Belle II Experiment*), se midieron y analizaron los niveles de ruido de fondo (*background*) cerca del punto de interacción en ausencia de colisiones. Se probó y calibró el sensor de diamante del VXD.

La primera fase se completó en Junio de 2016.

Posteriormente, se incluyó la instalación de los imanes cuadrupolares superconductores y los subdetectores del detector Belle II (sin VXD) y durante Julio y Agosto de 2017 se realizaron los primeros estudios con rayos cósmicos.

Fase 2

Comenzó en Febrero y terminó en Julio del presente año. Durante esta fase se observó la primera colisión, y se han tomado datos equivalentes a aproximadamente $\sim 472 \text{ pb}^{-1}$, esto se realizó sin los detectores internos de silicio (que conforman el VXD) ya que son muy sensibles a la radiación. Se aseguró que los niveles de ruido fueran compatibles con la futura operación del detector VXD.

Durante esta fase se presentó el primer análisis de física de τ 's.

Fase 3

Para iniciar la Fase 3, el detector Belle II estará completamente montado y se podrán iniciar la toma de datos. Se espera comenzar a inicios del año 2019 y las operaciones duraran 9 meses por año, apagando el acelerador en verano, para ahorrar energía.

3.1. SuperKEKB

SuperKEKB producirá colisiones electrón-positrón a una tasa mucho mayor que su predecesor. El ruido de fondo también incrementará por un factor de 10 a 20 veces. Por esta razón, el detector Belle II, el sistema de disparo (*trigger*) y el sistema de adquisición de datos (DAQ, por sus siglas en inglés, *Data Acquisition*) tuvieron que ser actualizados y mejorados.

Los haces de partículas electrón-positrón tienen una energía asimétrica, los cuales son acelerados en dos anillos de 3 km de circunferencia, con sistemas electró-magnéticos de radio frecuencia. Los electrones circulan en el anillo HER (*High Energy Ring*) con una energía de 7 GeV, y en sentido opuesto los positrones en el anillo LER (*Low*

Energy Ring) con una energía de 4 GeV. Una ilustración de SuperKEKB se muestra en la Figura 3.3.

Ambos están diseñados para alcanzar al momento de la colisión en el sistema centro de masa la energía de la resonancia $\Upsilon(4S)$ a una energía de ~ 10.58 GeV. La resonancia $\Upsilon(4S)$ decae a $B\bar{B}$ más de un 95 % de las veces, razón por la que SuperKEKB es una fabrica de mesones B. Sin embargo, la energía máxima que se puede alcanzar es de 11.24 GeV; entonces, se podrá cubrir un rango desde la resonancia $\Upsilon(1S)$ hasta $\Upsilon(6S)$.

La luminosidad instantánea en el acelerador SuperKEKB se logrará incrementar reduciendo el ancho del haz en el punto de la colisión por un factor de 20, aproximadamente de $1 \mu\text{m}$ a 50 nm e incrementando la corriente por un factor de dos comparado con KEKB. Para esto se utiliza un esquema conocido como *nano-beam* propuesto en la referencia [25].

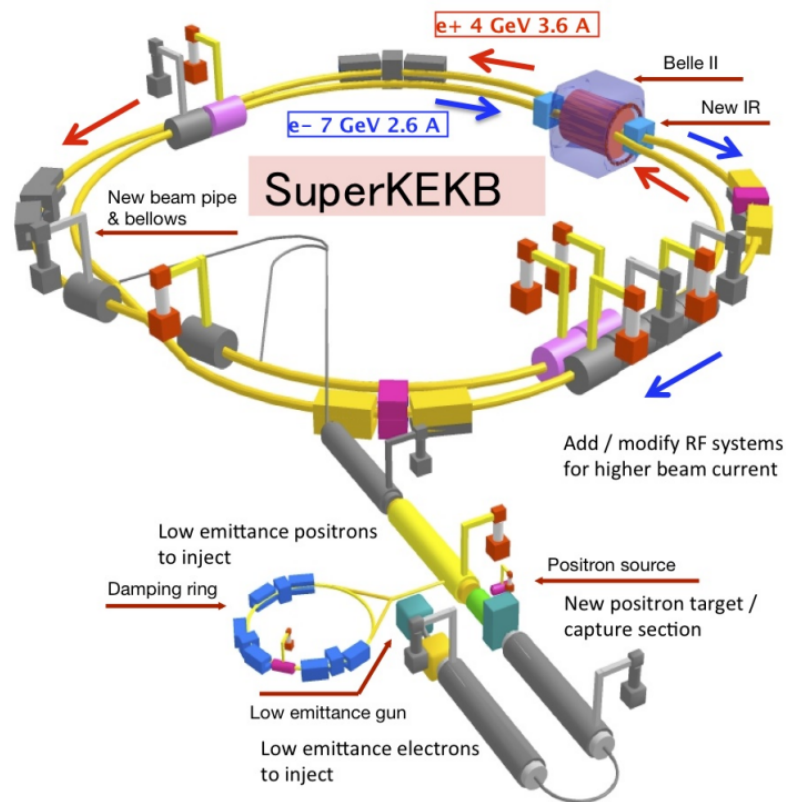


Figura 3.3: Ilustración del acelerador SuperKEKB [26].

3.2. Detector Belle II

El detector Belle II está conformado por tres partes principales: el sistema de rastreo (*tracking*), el sistema de identificación de partículas (PID, por sus siglas en inglés, *Particle Identification System*) y la última parte esta conformada por el calorímetro electromagnético (ECL, por sus siglas en inglés, *Electromagnetic Calorimeter*), el detector de muones y K_L^0 (KLM), además de un sistema de disparo (*trigger*) y adquisición de datos (DAQ).

En la Figura 3.4 se muestra una ilustración del detector Belle II, donde se señalan los distintos subdetectores que lo conforman, de los cuales se hablará en esta sección. Las especificaciones técnicas que se presentan aquí se han consultado en el Informe de Diseño del Detector [27].

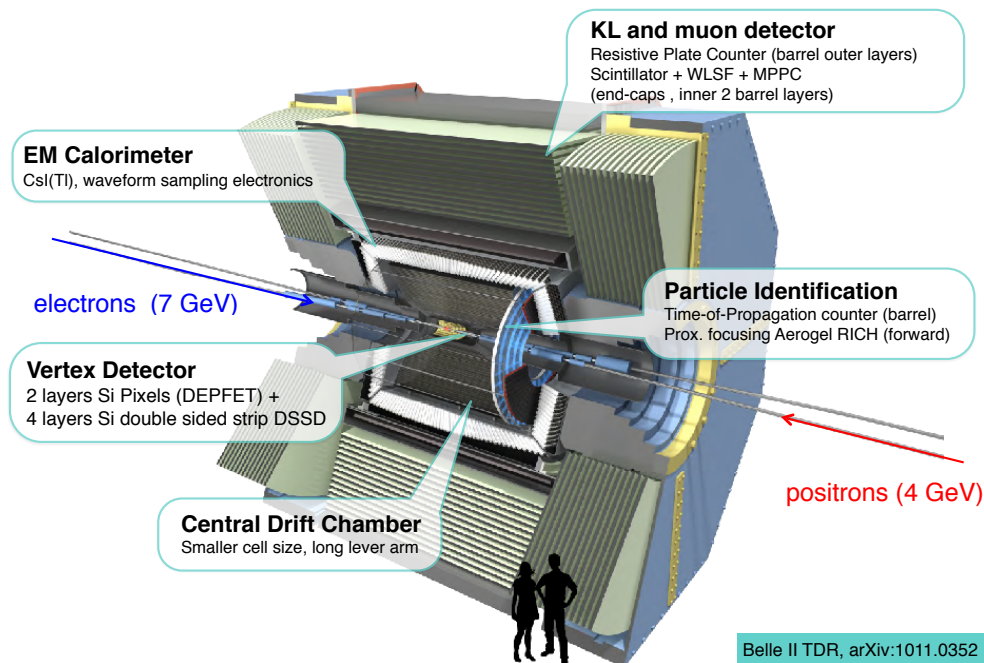


Figura 3.4: Ilustración del detector Belle II [28].

3.2.1. Sistema de rastreo

El sistema de rastreo (*tracking*) está conformado por el detector de vértices (VXD, por sus siglas en inglés, *Vertex Detector*) y la cámara central de deriva (CDC, por sus siglas en inglés, *Central Drift Chamber*).

El objetivo principal de estos detectores es medir la posición del vértice del decaimiento de los mesones B (relacionado con la medición de asimetría de CP) y de otro tipo de partículas con una resolución de $\approx 50\mu\text{m}$ [1].

VXD

EL detector VXD está constituido por un detector de pixeles (PXD, por sus siglas en inglés, *Pixel Detector*) y el detector de vértices de Silicio (SVD, por sus siglas en inglés, *Silicon Vertex Detector*). Estos detectores se encuentran localizados alrededor del tubo del haz de Berilio (*Be beam pipe*) de 10 mm de radio.

PXD

El PXD está formado por 2 capas cilíndricas de radio de 14 mm y 22 mm de sensores de Silicio pixelados los cuales tienen un grosor menor que $50\mu\text{m}$, basados en la tecnología DEPFET [29].

En la Figura 3.5 se puede observar la forma del detector PXD.

Los sensores cubren la región angular de aceptación del sistema de rastreo, $17^\circ < \theta < 150^\circ$ (θ es medido desde la dirección del haz de electrones), donde el rango asimétrico toma en cuenta el *boost* del sistema centro de masa.

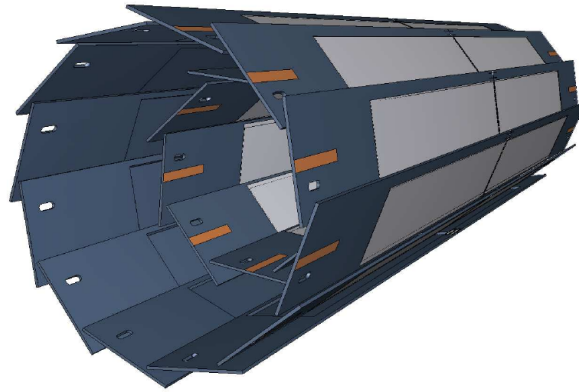


Figura 3.5: Detector PXD [27].

SVD

El detector SVD está formado por 4 capas cilíndricas de radios 38 mm, 80 mm, 150 mm y 140 mm conformadas de bandas de Silicio de doble cara. De igual manera que el PXD cubre un ángulo de aceptación de $17^\circ < \theta < 150^\circ$. Mide información de vértices de canales de decaimiento que involucran mesones B, D y decaimientos del leptón τ .

La combinación de los detectores PXD y SVD (VXD) es capaz de reconstruir trayectorias con momento transversal de unas decenas de MeV de partículas que no tienen suficientes señales (*hits*) o ninguna en la cámara central de deriva.

En la Figura. 3.6 se muestra el detector de vértices VXD.

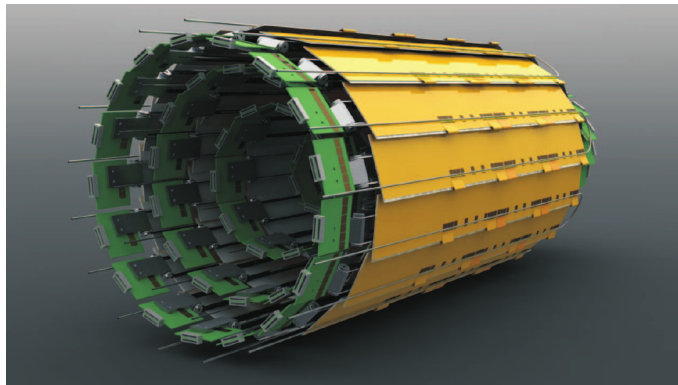


Figura 3.6: Detector VXD conformado por los detectores PXD y SVD [27].

CDC

En Belle II, la cámara central de deriva (CDC) tiene tres principales objetivos. Primero, reconstruye las trazas (*tracks*) de las partículas cargadas y mide sus momentos con precisión. Segundo, provee información de la identificación de partículas usando la pérdida de energía dentro del gas. En la Figura 3.7, se muestra una gráfica donde se observa la identificación de las partículas cargadas. Y por último, proporciona señales de disparo eficientes y confiables para partículas cargadas.

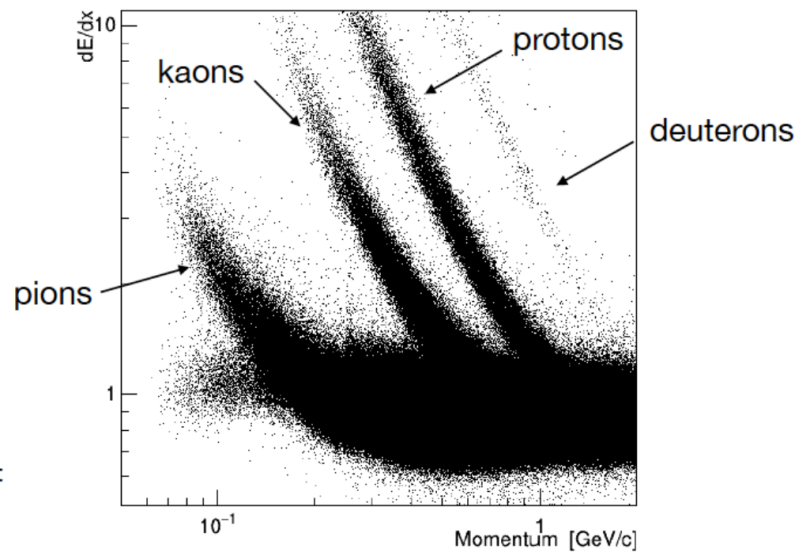


Figura 3.7: Mediciones de $\frac{dE}{dx}$ en el CDC [24].

La CDC consta de 14,336 alambres de selección colocados en 56 capas cilíndricas concéntricas, colocadas en orientación axial, es decir, alineado con respecto al campo magnético solenoidal o estéreo sesgado con respecto a los alambres axiales. Los alambres tienen aplicada una diferencia de potencial. Cuando una partícula atraviesa el detector ioniza el gas y es posible detectarla, el gas de la cámara se compone de una mezcla de Helio (He) y etanol (C_2H_6) al 50 : 50 de concentración.

Mediante la combinación de la información de capas axiales y estéreo es posible reconstruir una traza helicoidal en 3-dimensiones (3D).

En la Figura 3.8 se muestra la orientación y densidad de los alambres que se tenían en Belle y la actualización a Belle II. Las trazas de las partículas de bajo momento

que no alcanzan a llegar al identificador de partículas, pueden identificarse utilizando solamente el CDC.

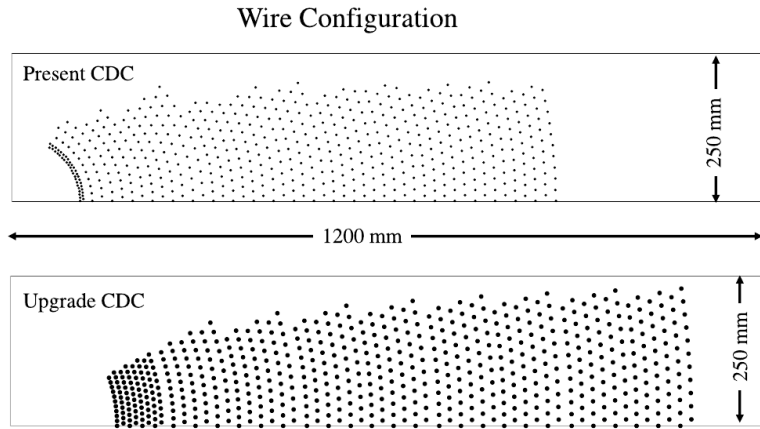


Figura 3.8: Configuración del cableado en el detector CDC. La imagen superior corresponde al arreglo en Belle y la inferior a la actualización para Belle II, donde se nota un incremento en la densidad para una mejor identificación ante el aumento del ruido de fondo [27].

3.2.2. Identificación de partículas

El sistema de identificación de partículas (PID) está conformado por el detector TOP (*Time Of Propagation*) y el detector ARICH (*Aerogel Ring-Imaging Cherenkov*).

Su principal propósito es el poder mejorar la capacidad de la identificación entre kaones y piones.

TOP

Su funcionamiento está basado en la información de radiación Cherenkov, donde la información del anillo de Cherenkov se obtiene a través del tiempo de arribo y la posición de impacto de los fotones de Cherenkov al detector de fotones al final de una barra de cuarzo de 2.6 m de largo, como se muestra en la Figura 3.9.

El detector TOP consiste de 16 módulos localizados entre el detector CDC y el ECL y cada módulo está constituido de dos barras de cuarzo.

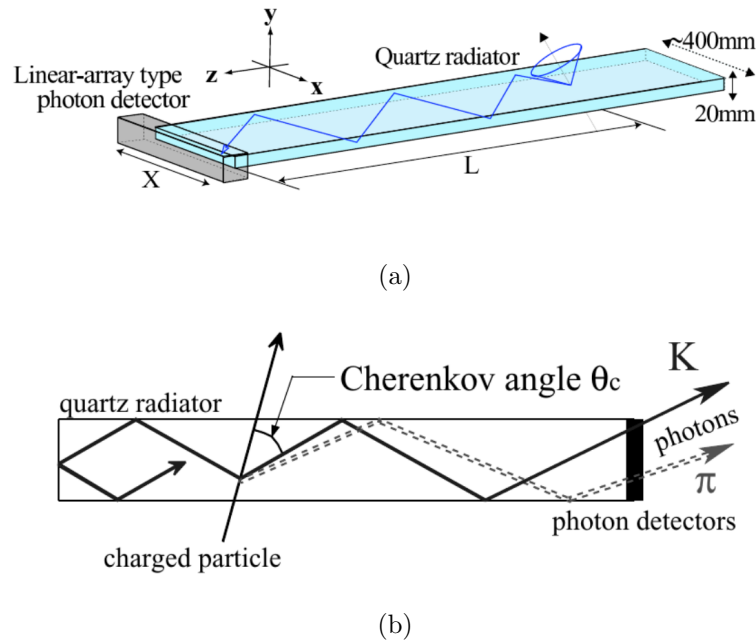


Figura 3.9: a) Ilustración del funcionamiento del contador TOP, b) vista lateral de la reflexión interna de la radiación Cherenkov; el tiempo de propagación y ángulo de reflexión son característicos de cada partícula [27].

ARICH

En la región lateral trasera (*forward end-cap*) se encuentra el detector ARICH, el cual se emplea para identificar partículas cargadas. Su funcionamiento consiste en enfocar los anillos de Cherenkov producidos de la radiación en Aerogel de las partículas que pasan a través del radiador ARICH.

El detector ARICH consiste de dos capas de Aerogel ($\approx 2\text{ cm}$ de grosor) con diferente índice de refracción ($n = 1.045$ y $n = 1.055$), lo cual enfoca los anillos y por lo tanto, aumenta el rendimiento. Los anillos Cherenkov son detectados por los detectores híbridos de fotón de avalancha (HAPD).

En la Figura 3.10 se muestra un esquema del paso de una partícula cargada por una placa de Aerogel del detector ARICH.

Este detector ayuda a discriminar además entre piones, muones y electrones con momentos menores de $\sim 1\text{ GeV}$.

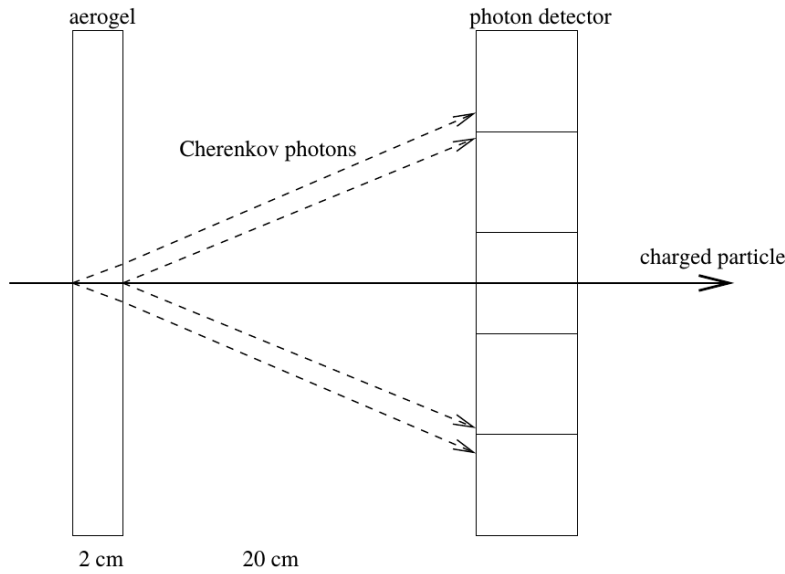


Figura 3.10: Ilustración del paso de una partícula cargada por el detector ARICH [27].

3.2.3. Calorímetro (ECL)

El calorímetro (ECL) se utiliza para detectar fotones de energías en el rango de 20 MeV a 4 GeV con alta eficiencia, así como su energía y coordenadas angulares. De igual manera, identifica electrones, lo cual es importante para distinguirlo de hadrones, en particular piones.

El ECL se encuentra localizado dentro de las bobinas del solenoide superconductor que proporciona un campo magnético de 1.5 T. Está constituido por un arreglo de cristales de Yoduro de Cesio ($CsI(Tl)$) dopados con Talio, los cuales proporcionan una respuesta como centelladores.

En las tres regiones del detector, la parte central (*barrel*), la paredes laterales delantera (*forward*) y trasera (*backward end-caps*) se encuentra el arreglo del ECL con un total de 8736 cristales, los cuales cubren un 90 % del ángulo sólido ($12.4^\circ < \theta < 155.1^\circ$) en el sistema centro de masa (CM).

Los cristales han sido reutilizados del detector Belle; sin embargo, la electrónica y el software de reconstrucción fueron actualizados. En la Figura 3.11, se muestra la localización del ECL y KLM que conforman el detector Belle II.

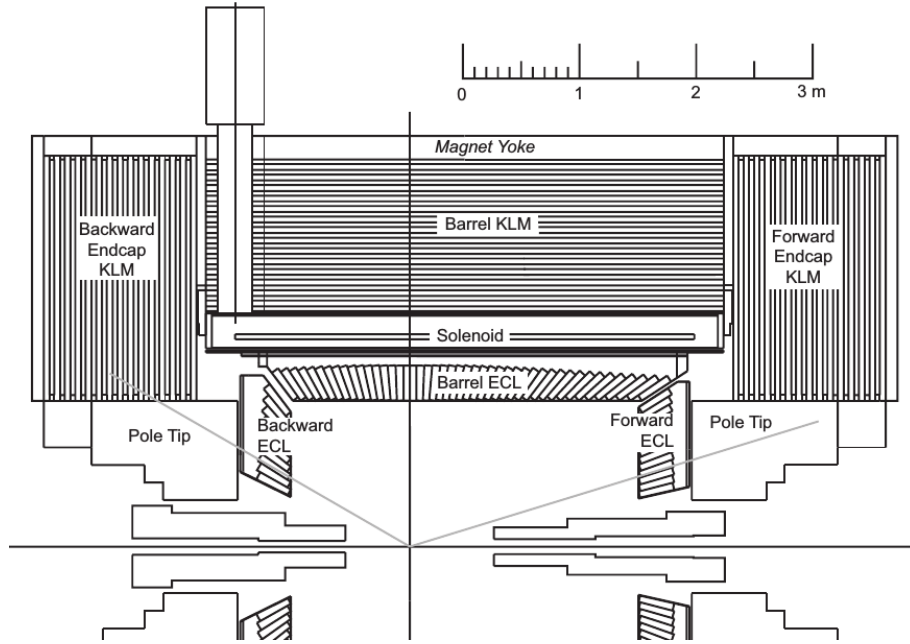


Figura 3.11: Localización de ECL y KLM [27].

3.2.4. Detector KLM

El detector KLM es un detector de mesones K_L^0 y muones. Se encuentra localizado fuera del solenoide superconductor y consiste de un arreglo alternado de placas de Hierro de un ancho de 4.7 cm y otros elementos activos de detección.

Las placas de hierro sirven para el retorno del flujo magnético para el solenoide (el cual se localiza antes del detector KLM y después del ECL).

También, la longitud de las placas provee una longitud de interacción mayor que la del ECL, por lo que los mesones K_L^0 pueden decaer en una lluvia hadrónica al entrar en contacto con el material.

En comparación con Belle, como ya hemos mencionado, la tasa de ruido en Belle II aumentó considerablemente. En particular para el detector KLM se esperan grandes cantidades de ruido de neutrones provenientes de las lluvias electromagnéticas del ECL. En Belle, el KLM utilizaba cámaras de placa resistiva (RPC, por sus siglas en inglés, *Resistive Plate Chambers*) para la identificación de las partículas, pero las placas tienen un tiempo muerto (el tiempo mínimo para discernir entre dos señales) muy grande, por lo cual, la mala identificación de muones es muy probable. Por lo

tanto, para Belle II se reemplazaron los RPC localizadas en las regiones *forward* y *background end-caps*, así como las tres primeras capas de la región *barrel* del detector, por tiras de centellador que son leídas por foto-multiplicadores de Silicio, estableciendo un umbral de discriminación adecuado para la gran tasa de ruido de neutrones [30].

Mediante la información provista por el material de centello y las trayectorias de la CDC se pueden identificar muones con gran precisión.

3.2.5. Sistema de disparo y adquisición de datos

Belle II cuenta con una tasa muy alta de ruidos de fondo. El sistema de disparo (*trigger*) realiza la selección de eventos de interés para el análisis y hace uso del *hardware* (L1, *low level trigger*) y de respuestas muy rápidas del *software* (HLT, *high level trigger*). El *L1 trigger* tiene un tiempo de latencia de $5 \mu\text{s}$, y la máxima razón de respuesta de disparo es 30 kHz lo cual está limitado por la tasa de lectura del sistema de adquisición de datos. El sistema de disparo se encarga principalmente de eliminar eventos de ruido provenientes de dispersión Bhabha y ruido proveniente del haz. Además, Belle II cuenta con un menú de *trigger* para satisfacer la variedad de análisis que se realizarán próximamente.

El sistema de adquisición de datos (DAQ) se encarga de recuperar la información de los detectores para su almacenamiento; sin embargo, la tasa de almacenamiento es muy grande. Belle II hace uso de un modelo computacional GRID para distribuir el almacenamiento de datos, procesamiento y producciones de simulación Monte Carlo, utiliza *clusters* de cómputo en más de 17 países que forman parte de la colaboración Belle II [31], entre ellos se encuentra México.

3.3. Framework BASF2

La estructura central del software de Belle II, está organizado en tres partes: el software de análisis BASF2 (Belle Analysis Software Framework 2), que contiene el

código específico de Belle II, los *externals*, los cuales contienen la tercera parte del código en el cual BASF2 depende, entre los que se encuentra el simulador Geant4; y las *tools*, las cuales contienen programas (*scripts*) para la instalación y configuración del *software* [32].

En BASF2 una cadena típica de procesamiento de datos consiste en un arreglo lineal de pequeños bloques de procesamiento, llamados módulos. Las tareas que desempeñan los módulos varían desde la lectura de archivos de datos hasta tareas más complejas como la simulación del detector.

BASF2 se basa en arreglos lineales de módulos (*paths*). Cuando se procesan datos, el *framework* ejecuta los módulos que se han colocado en el *path* empezando por el primer módulo en la lista y así con los siguientes. Los datos que son procesados por los módulos se almacenan en un lugar común (*DataStore*) y cada módulo puede leer y escribir en el *DataStore*. En la Figura 3.12, se ilustra el concepto de la cadena de módulos en BASF2.

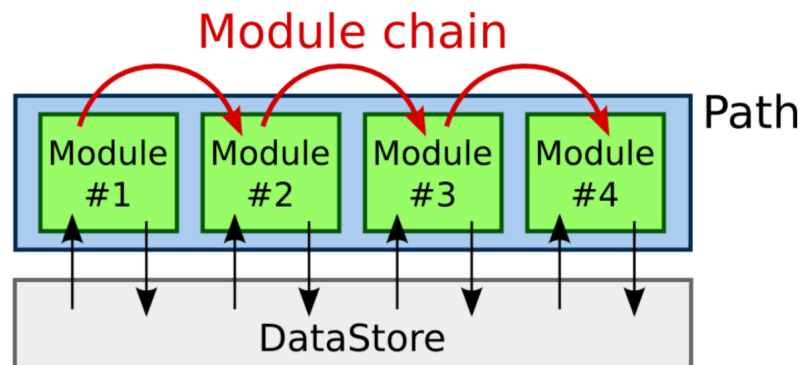


Figura 3.12: Ilustración de una cadena de módulos de BASF2 [33].

3.4. Generadores

Aquí se describen las herramientas de simulación usadas para análisis de física del leptón τ , las cuales consisten en un generador de eventos Monte Carlo que simule los procesos físicos primarios, a los que posteriormente se aplica la simulación y reconstrucción del detector (Geant4), lo cual provee una estimación realista de la

respuesta del detector a los eventos de la colisión e^+e^- .

KKMC

KKMC es el generador por defecto para simular los estados finales de dos fermiones $\mu^+\mu^-$, $\tau^+\tau^-$ y en adición a $\nu\bar{\nu}$ y $q\bar{q}$ para la energía del haz de $\Upsilon(4S)$ y superior. Con KKMC no se pueden generar los estados finales e^+e^- y $\gamma\gamma$, por lo cual se requiere de otro generador especializado (BABAYAGA.NLO). Actualmente KKMC cuenta con su propia versión de TAUOLA para los decaimientos $\tau^+\tau^-$ [34].

PYTHIA

En el caso de la generación $q\bar{q} \rightarrow$ hadrones, el generador PYTHIA es el que se encarga del decaimiento a hadrones.

Además, PYTHIA se usa para producir estados finales no incluidos en los archivos de decaimiento de los distintos generadores.

En este trabajo la generación de $\tau^- \rightarrow \mu^-\gamma$, se realizó el “Modelo 0” del generador PYTHIA [35].

En el “Modelo 0” no hay un trato especial a los elementos de matriz, partones y partículas; son copiadas directamente del registro del evento con distribución de momentos de acuerdo al espacio fase.

TAUOLA

Los decaimientos del leptón τ son simulados por el generador de eventos Monte Carlo TAUOLA, el cual toma en cuenta los efectos de polarización y la correlación transversal del espín.

El generador TAUOLA está escrito en FORTRAN y está construido de distintos pasos los cuales involucran diferentes tipos de cálculos. Para decaimientos leptónicos los cálculos se basan en la teoría QED y el límite de Fermi de la interacción electro-débil [36, 37].

En la Tabla 3.1 se muestran los procesos físicos que se han utilizado para este análisis así como los generadores encargados de su generación de Monte Carlo y su sección

eficaz correspondiente, para una energía de colisión de 10.573 GeV.

Todas las secciones eficaces de los procesos no tienen ningún corte aplicado a excepción de $e^+e^-(\gamma)$ y $\gamma\gamma(\gamma)$ los cuales tienen corte en el ángulo de aceptación ($10^\circ < \theta < 170^\circ$) y energía ($E > 0.15$ GeV).

Procesos físicos	Sección eficaz [nb]	Generador
$\Upsilon(4S)$	1.05 ± 0.10	KKMC
$u\bar{u}(\gamma)$	1.61	KKMC
$d\bar{d}(\gamma)$	0.40	KKMC
$s\bar{s}(\gamma)$	0.38	KKMC
$c\bar{c}(\gamma)$	1.30	KKMC
$e^+e^-(\gamma)$	$300 \pm 3^*$	BABAYAGA.NLO
$\gamma\gamma(\gamma)$	$4.99 \pm 0.05^*$	BABAYAGA.NLO
$\mu^+\mu^-(\gamma)$	1.148	KKMC
$\tau^+\tau^-(\gamma)$	0.919	KKMC

Tabla 3.1: Procesos físicos y sus secciones eficaces para una energía de colisión de 10.573 GeV [34], los proceso con * tienen cortes de aceptación como se explica previamente en el texto.

3.5. GEANT4

Los paquetes de simulación del detector Belle II están basados en el *software* Geant4.

Durante la simulación, Geant4 transporta cada partícula primaria paso por paso dentro de los distintos detectores que conforman Belle II. Geant4, por ejemplo, considera las interacciones de las partículas con el material del detector teniendo la capacidad de producir partículas secundarias, la geometría y material de los distintos detectores, así como la energía depositada en ellos, las distintas trayectorias de las partículas creadas por la presencia del campo magnético, etc. Los resultados de la simulación de Geant4 se digitalizan y almacenan en el *DataStore* para ser usados

por los módulos de BASF2 para la posterior reconstrucción de los eventos.

3.6. ROOT

ROOT es el *software* especializado en física de partículas el cual provee las herramientas necesarias para analizar gran cantidad de datos y se basa en el lenguaje de programación C++.

La adquisición de datos en Belle II utiliza un formato de salida ROOT de objetos *Ntuples*. Las propiedades de estos archivos se pueden especificar en los programas (*scripts*) de BASF2.

Y así, posteriormente, se puede realizar un análisis más detallado de los archivos de salida mediante las herramientas de las bibliotecas de ROOT. (En este trabajo se utilizo la versión 6.08 para el análisis de datos.)

Capítulo 4

Análisis

4.1. Señal

La señal de este análisis es $\tau^- \rightarrow \mu^- \gamma$, mientras que el τ^+ del lado opuesto, el llamado *tag*, deberá cumplir ciertas características.

Para su estudio se utilizó el software BASF2 del experimento Belle II, en su versión release-02-00-01.

Las muestras de señal y ruido deben cumplir una preselección, seguido de los requerimientos de selección, para posteriormente realizar una selección final de la señal.

Para llevar a cabo la selección final de la señal, se necesitan variables físicas con las cuales se pueda discernir claramente entre la señal y el ruido. Ya que reconstruimos completamente el canal de nuestra señal (no hay partículas indetectables, neutrinos), utilizamos la masa invariante del muon y fotón (M_{τ^-}), que está definida por la ec. (4.1). Por la misma razón, sabemos que la diferencia de energía en la ec. (4.2) de las partículas hijas del leptón τ^- , $E_{\mu\gamma}^{CM}$, menos la energía de un haz (*beam*) E_{beam}^{CM} , en el sistema centro de masa (CM) debe ser aproximadamente cero debido a la conservación de energía,

$$M_{\tau^-} \equiv M_{\mu\gamma} = \sqrt{E_{\mu\gamma}^2 - P_{\mu\gamma}^2}, \quad (4.1)$$

$$\Delta E = E_{\mu\gamma}^{CM} - E_{beam}^{CM}. \quad (4.2)$$

Por lo tanto, pretendemos hacer una selección final de nuestra señal en una gráfica 2-dimensional (2D) con estas variables. En análisis anteriores de Belle y Belle II, se ha mostrado que son las dos variables óptimas en análisis de los decaimientos con LFV.

El procedimiento es semejante a los análisis que se realizaron en los últimos años en Belle y el más actual en Belle II, realizando las modificaciones necesarias a la actualización de Belle II. Más adelante se presenta una comparación con estos análisis y las perspectivas para una mejor optimización.

4.1.1. Generación

La simulación de la señal se realizó mediante el generador KKMC/PYTHIA, el cual se describe en la sección 3.4. En este trabajo no se utilizó el generador TAUOLA ya que en este momento no se encuentra implementado este canal en la versión de TAUOLA en Belle II, sin embargo, al ser TAUOLA el generador principal para física del leptón τ , nos hemos propuesto utilizarlo para el siguiente análisis de este canal. El canal $\tau \rightarrow \mu\gamma$ se encuentra implementado solo en la versión más actual de TAUOLA [36].

KKMC es el encargado de simular el par leptónico $\tau^+\tau^-$, mientras que PYTHIA es el encargado de generar los decaimientos de eventos que se especifican en tablas de decaimiento (.dec) localizadas dentro del *framework* BASF2.

La señal $\tau \rightarrow \mu\gamma$ se incluyó en estas tablas de decaimiento y se especificó que la dinámica del evento se realizara con PYTHIA de acuerdo al “Modelo 0” de espacio fase, fijando que el τ^- decayera con una probabilidad del 100% a $\mu^-\gamma$, mientras que el τ^+ pudiese decaer a sus principales canales de decaimiento los cuales sí están implementados en la tabla de decaimiento y los podemos encontrar en el PDG (Particle Data Group) [38]. Esto se llevó a cabo mediante un programa en BASF2 con el cual se generaron 1×10^4 eventos de señal, con los que se realizó este análisis y se calculó la eficiencia final.

4.1.2. Simulación y Reconstrucción

La simulación y reconstrucción de la señal se realizó con Geant4 en BASF2. Se utilizó un segundo programa en BASF2 en el cual se incluyeron los módulos de simulación y reconstrucción del detector Belle II.

Adicionalmente a la simulación de la señal, se incluyeron los siguientes tipos de ruidos provenientes del haz:

- Coulomb (Dispersión de Coulomb)

Los electrones y positrones se desvían de su dirección al interactuar eléctricamente con los núcleos del gas remanente dentro del tubo que contiene al haz y esto ocasiona que se desvíen y choquen con el tubo.

- RBB (Dispersión Radiativa BhaBha)

En la dispersión radiativa BhaBha, los electrones y positrones disminuyen su energía, lo cual ocasiona que se desvíen de su trayectoria y se creen cascadas cuando alcancen los detectores.

- Touschek (Dispersión Touschek)

Los electrones y positrones interactúan entre sí en los paquetes de partículas del mismo haz.

Posteriormente, se realizó un tercer programa en BASF2 en el cual se realiza la reconstrucción de la señal mediante el módulo **reconstructDecay**, dicho módulo realiza una combinación de candidatos de muon y fotón. En este mismo programa se pueden realizar cortes de preselección y guardar las variables físicas que nos interesan para el análisis.

En la Figura 4.1 se muestra una gráfica de la masa del leptón τ^- donde se puede observar la verificación de la reconstrucción de nuestra señal. Se presenta en la región de masa $1 < M_\tau$ [GeV] < 2.5 sin ningún corte de preselección; el ruido que se muestra es combinatorio, propio de la reconstrucción de la señal.

Una cosa importante a aclarar es, que al no tener ningún corte de preselección, la

eficiencia de la señal está sobreestimada, debido a que para un candidato a señal $\tau^- \rightarrow \mu^- \gamma$ podemos tener muchos candidatos del lado *tag* para τ^+ , como explicaremos más adelante.

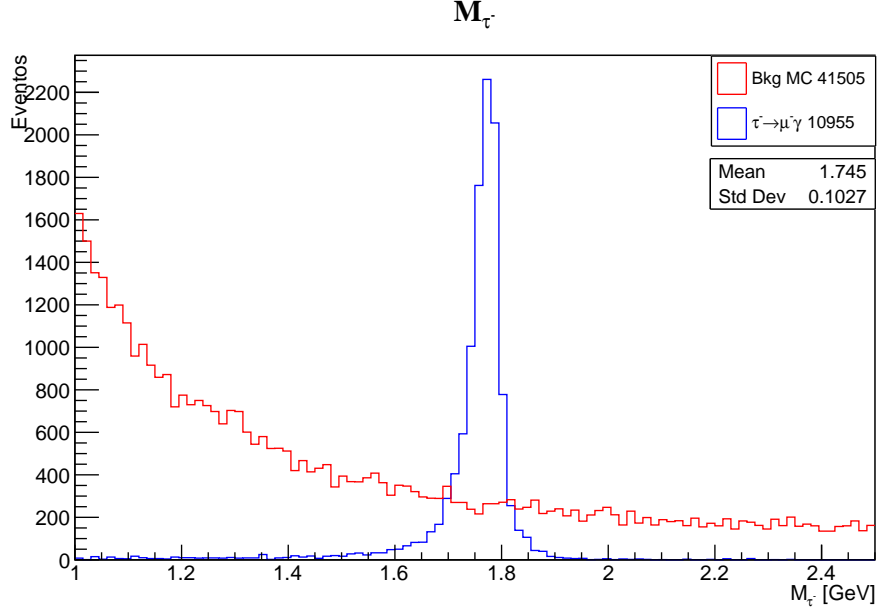


Figura 4.1: Masa del leptón τ^- sin cortes de preselección para la región $1 < M_{\tau^-} [\text{GeV}] < 2.5$, el ruido combinatorio es propio de la reconstrucción de la señal.

4.2. Análisis de ruido

Para estudiar este canal se utilizaron muestras genéricas de Monte Carlo $q\bar{q}$ ($u\bar{u}$, $d\bar{d}$, $s\bar{s}$, $c\bar{c}$), $B^0 B^0$, $B^+ B^-$ y $\tau^+ \tau^-$, en adición con las muestras de baja multiplicidad (*low multiplicity*) $e^+ e^- \rightarrow \mu^+ \mu^- (\gamma)$, $e^+ e^- \rightarrow e^+ e^- (\gamma)$ y $e^+ e^- \rightarrow \gamma \gamma (\gamma)$, como las principales fuentes de ruido.

Estas muestras pertenecen a la producción de datos MC9 del experimento Belle II, en las cuales ya se incluye la simulación y reconstrucción del detector y además, tienen incluido el ruido proveniente del haz.

El tamaño del ruido de las muestras genéricas es de una luminosidad integrada de 0.8 ab^{-1} , 20 fb^{-1} en el caso de $e^+ e^- \rightarrow \mu^+ \mu^- (\gamma)$, 0.1 fb^{-1} de $e^+ e^- \rightarrow e^+ e^- (\gamma)$ y 10 fb^{-1} de $e^+ e^- \rightarrow \gamma \gamma (\gamma)$ (las muestras de baja multiplicidad cuentan con poca

estadística).

Al final se obtiene un resultado para la luminosidad de 0.8 ab^{-1} (tamaño estándar que se tiene en la producción de datos MC9) y que se extrapola a 1 ab^{-1} .

En un principio, al no contar con requerimientos de selección, una gran cantidad de ruido se confunde con nuestra señal. Al ser los archivos de salida de un tamaño demasiado grande, de decenas de GB, y en ciertas ocasiones imposible de analizar sin ninguna restricción, se utilizó una preselección para nuestras muestras de señal y ruido.

Como se mencionó en la sección 4.1.1, el *tag* τ^+ decae de acuerdo a los principales canales del leptón τ . Para eliminar ruido proveniente del lado del *tag* del evento, buscamos eventos donde el τ^+ decaiga a una traza (*track*) cargada e^+ , p , K^+ , π^+ , μ^+ (en el software de Belle II las trazas cargadas se denotan como π^+ y en este trabajo utilizaremos esta notación).

Posteriormente evitaremos que la traza del *tag* cargado sea un muon μ^+ que pueda combinarse con un fotón γ de lado de la señal.

Entonces, para este canal se utilizó la siguiente preselección:

- $|dz| < 0.05 \text{ m}$, $|dr| < 0.02 \text{ m}$

Las trazas deben tener una distancia de acercamiento mínima pequeña (dz es la distancia z y dr es la distancia transversal) respecto al punto de interacción (IP, por sus siglas en inglés, *Interaction Point*).

- $P_{tr}^{\mu/\pi} \geq 0.1$

Las trazas deben tener una componente de momento trasverso al haz para encontrarse dentro de la aceptación de los detectores.

- $-0.855 < \cos \theta_{\mu/\pi} < 0.9535$

Las trazas deben encontrarse dentro de la aceptación de los detectores.

- $E_\gamma > 0.1 \text{ GeV}$

Tener un candidato a fotón con energía > 0.1 GeV, para no confundirlo con ruido electrónico u otros ruidos físicos de baja energía.

Con estas condiciones de preselección en las trazas y fotón se construye el módulo **buildEventShape** en BASF2, el cual es el encargado de calcular las variables del evento, por ejemplo la variable *thrust* que se describe en la ec. (4.7).

También, con esta preselección se construye el módulo **RestOfEvent**, el cual guarda las variables asociadas a la señal y al complemento de la señal en el evento; y junto con el módulo **buildContinuumSuppression** se calculan algunas de las variables que se explicaran más a detalle en la siguiente sección.

En general, estamos buscando eventos que estén conformados por exactamente dos trazas cargadas y de carga opuesta. Luego, se incluyó a la preselección:

- No. trazas = 2
- Carga neta = 0

Después de esta preselección podemos ver que la eficiencia de nuestra señal es de 54.84% de los 1×10^4 generados, y el número de eventos de ruido combinatorio de la señal es de 8609, como se muestra en la Figura 4.2.

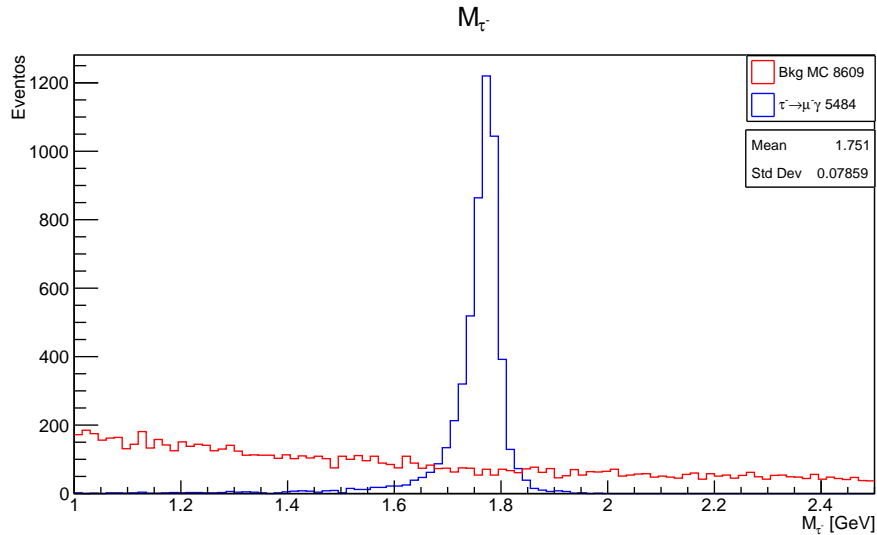


Figura 4.2: Masa del leptón τ^- después de la preselección para la región $1 < M_{\tau}$ [GeV] < 2.5 , el ruido combinatorio es propio de la reconstrucción de la señal.

Para la distribución de la señal hemos utilizado además una selección de los eventos que cumplan con el requerimiento de la variable $isSignal = 1$, la cual compara la información de los eventos antes y después de su reconstrucción, eliminando así la contribución del ruido combinatorio que se genera al momento de reconstruir la señal. La variable $isSignal$ es igual a 1 para los eventos de señal y 0 para los eventos de ruido combinatorio. Sin embargo, este ruido combinatorio se eliminó por completo después de todos los requerimientos de selección.

4.2.1. Variables discriminatorias

Para el estudio de los ruidos, se realizó una revisión de las variables físicas las cuales nos permiten discriminar entre los diferentes tipos de ruido y la señal, así como lograr la máxima eficiencia posible en nuestra señal. Las cuales debido a su definición física y distribución podrían ser capaces de discernir entre la señal y el ruido.

Se revisó la posible correlación entre las variables mediante iteraciones que se realizaron durante el proceso de este análisis, verificando así que las variables discriminatorias realmente fueran útiles para la selección final de la región de la señal.

En esta sección se presenta una breve explicación de las variables y los requerimientos de selección que ayudaron a discriminar entre la señal y el ruido. Los requerimientos de selección de los que se hablará se muestran resumidos en la Tabla 4.1.

Las variables con superíndice CM son calculadas en el sistema Centro de Masa y el complemento se calcula en el sistema laboratorio.

Aquí, también se muestran las gráficas de las distribuciones de la señal y ruido para las distintas variables discriminatorias.

Los eventos utilizados en esta sección sólo tienen implementados los requisitos de preselección, y por persistir la gran cantidad de ruido, se presentan con poca luminosidad integrada. Sin embargo, las distribuciones de las muestras de ruido quedan

inalteradas y se ha escalado todos los diferentes tipos de ruido a la misma luminosidad.

En todas las gráficas presentadas en esta sección, se señala la región de selección con líneas y flechas solidas de color azul.

La señal se amplió a la misma área del ruido dominante en todas las gráficas.

Requerimientos de selección	
$P_{cm}^{\mu/\pi} < 4.5 \text{ GeV}$	$P_{miss} > 1.5 * M_{miss}^2 - 1$
$P_{\mu} > 1.0 \text{ GeV}$	$P_{miss} > -5 * M_{miss}^2 - 1$
$\mathcal{L}_{\mu} > 0.95$	$E_{cm}^{Tot} < 12 \text{ GeV}$
$\mathcal{L}_{\mu}^{\pi} < 0.80$	$0.9 < thrust < 0.98$
$E_{\gamma} > 0.5 \text{ GeV}$	$-0.5 < m_{\nu}^2$
$E_{cm}^{sum} < 9.0 \text{ GeV}$	$\cos \theta_{\tau-\mu}^R < 0.4$
$0.4 < \cos \theta_{\mu-\gamma} < 0.8$	$clusterE9oE25 > 0.95$
$\cos \theta_{cm}^{\mu-\pi} < 0$	$-1 < ClusterTiming < 1ns$
$P_{\chi^2} > 0.001$	$ThrustB < 0.95$
$P_{miss} > 0.4 \text{ GeV}$	$\cos \theta_{T,Bz} < 0.78$
$-0.866 < \cos \theta_{miss} < 0.9535$	$\tau cc1 < 5$
$0.4 < \cos \theta_{cm}^{\pi-miss} < 0.98$	

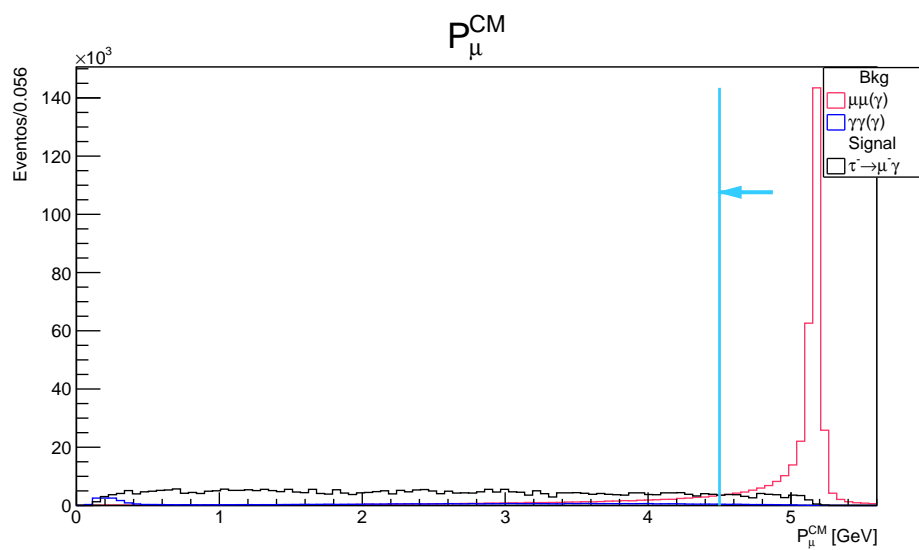
Tabla 4.1: Recopilación de los requerimientos de selección para el canal $\tau \rightarrow \mu\gamma$.

P_{μ}^{CM} y P_{π}^{CM}

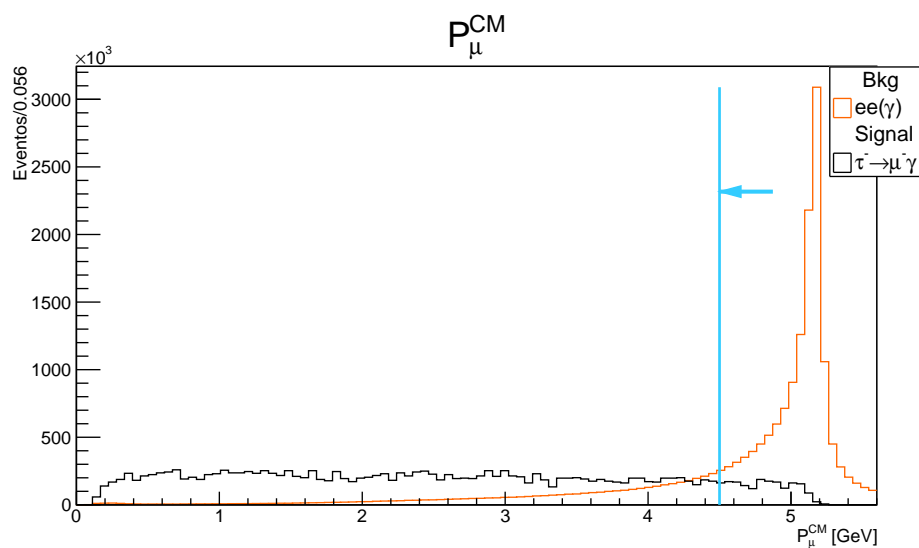
Se espera una cota superior al momento del muon y la traza del *tag* menor que $\sim \frac{10.58}{2} \text{ GeV}$ en el sistema centro de masa (CM) debido a la energía de los haces.

Esta cota superior ayuda a remover ruido proveniente de decaimientos con estados finales bien definidos. En este caso es útil contra $\mu^+\mu^-(\gamma)$, $e^+e^-(\gamma)$ y $\gamma\gamma(\gamma)$, mientras que los ruidos genéricos se distribuyen en la misma región que la señal.

Entonces, requerimos que $P_{\mu}^{CM} < 4.5 \text{ GeV}$, y $P_{\pi}^{CM} < 4.5 \text{ GeV}$, como se muestra en las Figuras 4.3 y 4.4, respectivamente.

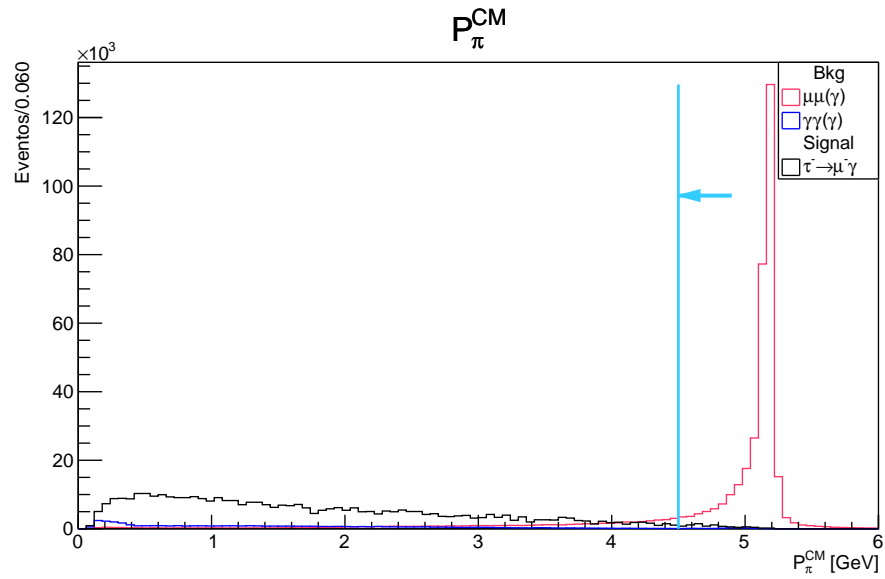


(a)

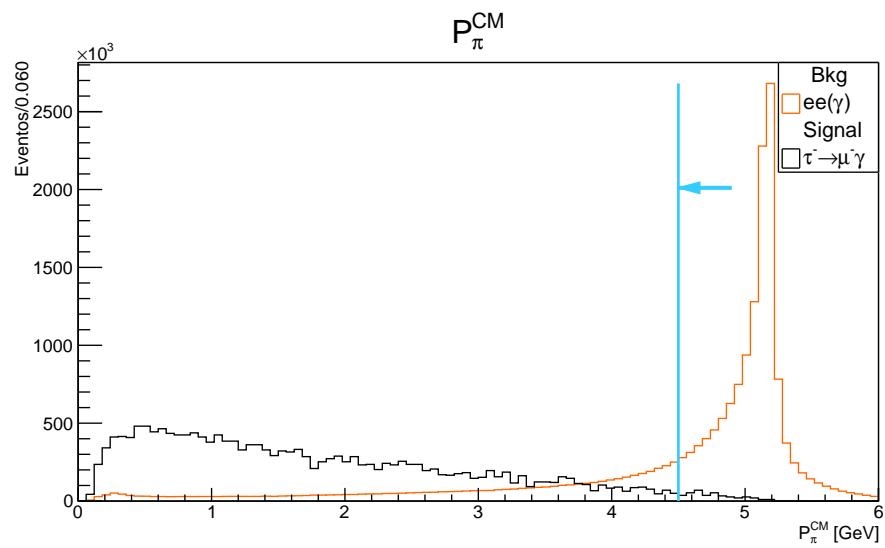


(b)

Figura 4.3: Momento en el centro de masa de muon, P_{μ}^{CM} . Los ruidos a) $\mu^+\mu^-(\gamma)$ y $\gamma\gamma(\gamma)$ y b) $e^+e^-(\gamma)$ se distribuyen con un pico centrado en ~ 5 GeV.



(a)



(b)

Figura 4.4: Momento en el centro de masa de la traza del *tag*, P_{π}^{CM} . Los ruidos a) $\mu^+\mu^-(\gamma)$ y $\gamma\gamma(\gamma)$ y b) $e^+e^-(\gamma)$ se distribuyen con un pico centrado en ~ 5 GeV.

$$P_\mu$$

Para la calidad del muon, necesitamos que su momento no sea muy pequeño, para que alcance a llegar al detector de muones.

Además, fijando una cota inferior en 1 GeV logramos remover eventos de $\gamma\gamma(\gamma)$ y eventos de ruidos genéricos como se muestra en la Figura 4.5.

$$\mathcal{L}_\mu$$

Necesitamos aumentar la probabilidad de que el candidato a muon realmente sea un muon; es decir, identificarlo muy bien. Para esto, se utiliza la probabilidad relativa \mathcal{L}_μ , la cual contiene información de la diferencia entre el rango estimado de la partícula y el rango que mide el KLM: dependiendo del momento de la partícula, penetrará más o menos en el detector KLM. También se utiliza la extrapolación de las trazas de las partículas con las señales (*hits*) en el KLM.

En este análisis se requiere $\mathcal{L}_\mu > 0.95$.

$$\mathcal{L}_\mu^\pi$$

Análogamente, necesitamos que la traza del *tag* no sea un muon. Entonces vamos a requerir que la probabilidad relativa de que la traza (π^+) sea un muon sea baja $\mathcal{L}_\mu^\pi < 0.8$.

$$E_\gamma$$

Para el candidato γ , con una selección de $E_\gamma > 0.5$ GeV se remueve el ruido proveniente de todas las muestras, como se muestra en la Figura 4.6.

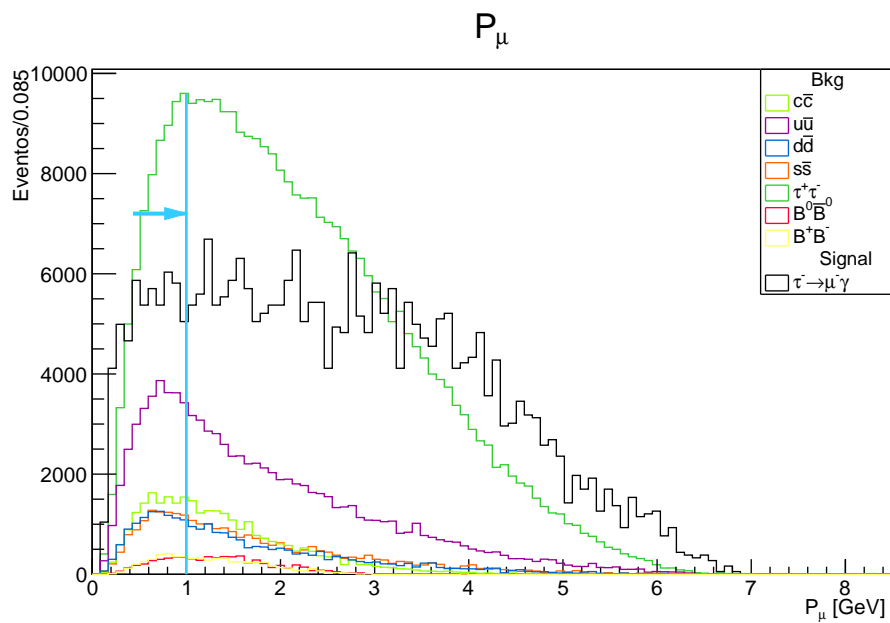
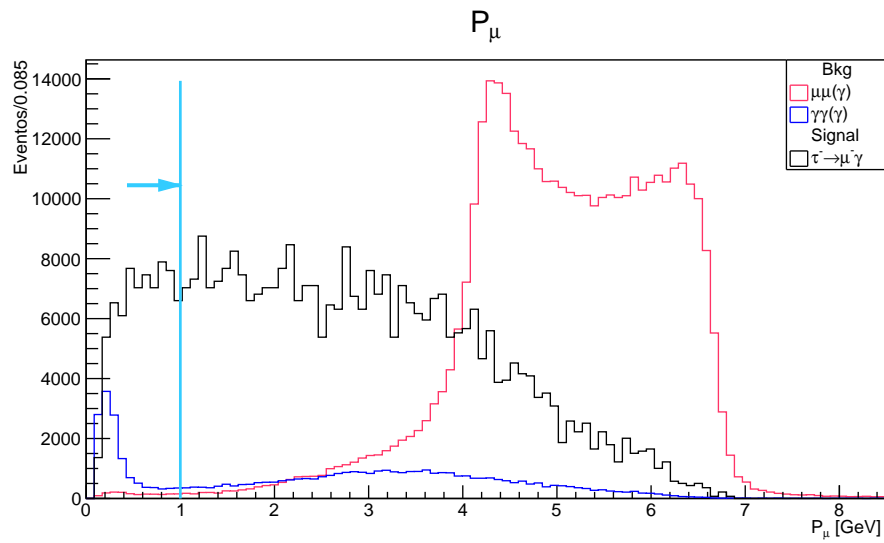
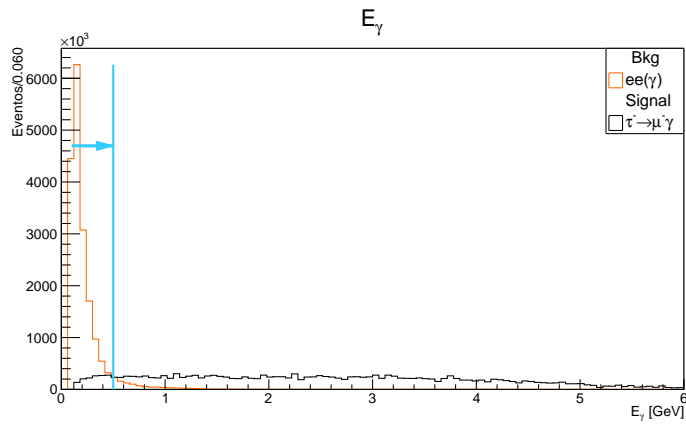
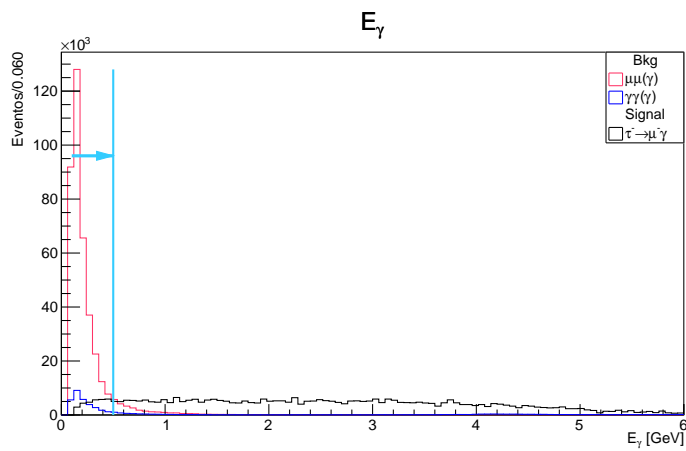


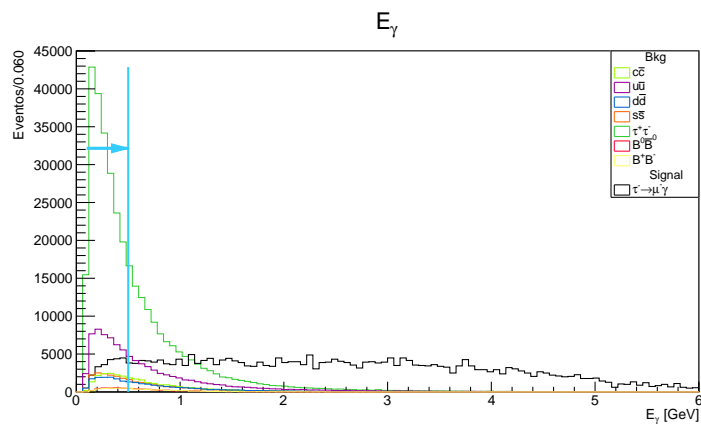
Figura 4.5: Momento del muón P_μ . Con este corte de selección $P_\mu > 1$ GeV, a) se eliminan eventos de ruido de $\gamma\gamma(\gamma)$ y b) ruido de todas las muestras genéricas.



(a)



(b)



(c)

Figura 4.6: Energía del fotón E_γ . Se observa que en a) $e^+e^-(\gamma)$, b) $\mu^+\mu^-(\gamma)$ y $\gamma\gamma(\gamma)$ y c) ruidos genéricos, se distribuyen con energías del fotón cercanas a cero.

E_{sum}^{CM}

La suma de las energías en el sistema centro de masa (CM), ec. (4.3) se define como la suma de la energía del muon, el fotón y de la traza del *tag* (π^+):

$$E_{sum}^{CM} = E_{\mu}^{CM} + E_{\gamma}^{CM} + E_{\pi}^{CM}. \quad (4.3)$$

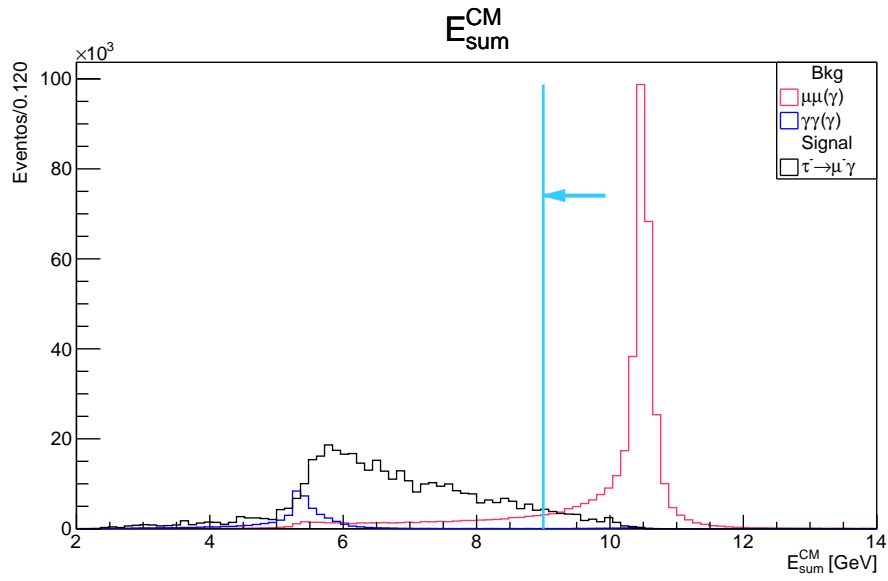
Sabemos que, por conservación de la energía, E_{sum}^{CM} tiene una cota superior no mayor a la energía de la colisión. Además las distribuciones de $\mu^+\mu^-(\gamma)$ y de dispersión $e^+e^-(\gamma)$ se reconstruyen sin pérdida de energía, por lo que sabemos que tendrán un máximo en E_{sum}^{CM} cerca de la E^{CM} (~ 10.5 GeV); mientras que las muestras genéricas se distribuyen a menores energías (Figura 4.7).

Eligiendo la selección de $E_{sum}^{CM} < 9$ GeV estamos removiendo eventos de $\mu^+\mu^-(\gamma)$ y de dispersión $e^+e^-(\gamma)$.

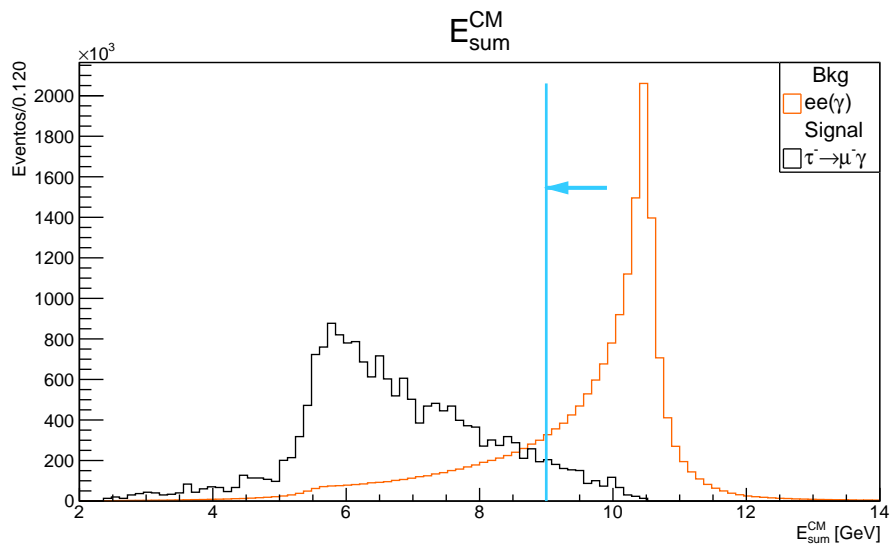
 $\cos \theta_{\mu-\gamma}^{CM}$

En el sistema centro de masa, el ángulo entre el muon y el fotón es cercano a cero. Esta variable es muy útil y remueve la mayor cantidad del ruido genérico, principalmente el proveniente de los decaimientos de $\tau^+\tau^-$, ya que la distribución de estos candidatos se encuentra a ángulos cercanos a 180° . Para el caso de las muestras de baja multiplicidad, la distribución es casi constante para todos los ángulos (Figura 4.8).

Entonces, con el requerimiento de $0.4 < \cos \theta_{\mu-\gamma}^{CM} < 0.8$ logramos eliminar gran cantidad de ruido.



(a)



(b)

Figura 4.7: Suma de energía E_{sum}^{CM} . Las muestras de baja multiplicidad a) $\mu^+\mu^-(\gamma)$ y b) $e^+e^-(\gamma)$ tienen un valor de energía definido y se observa un pico cercano a ~ 10.5 GeV.

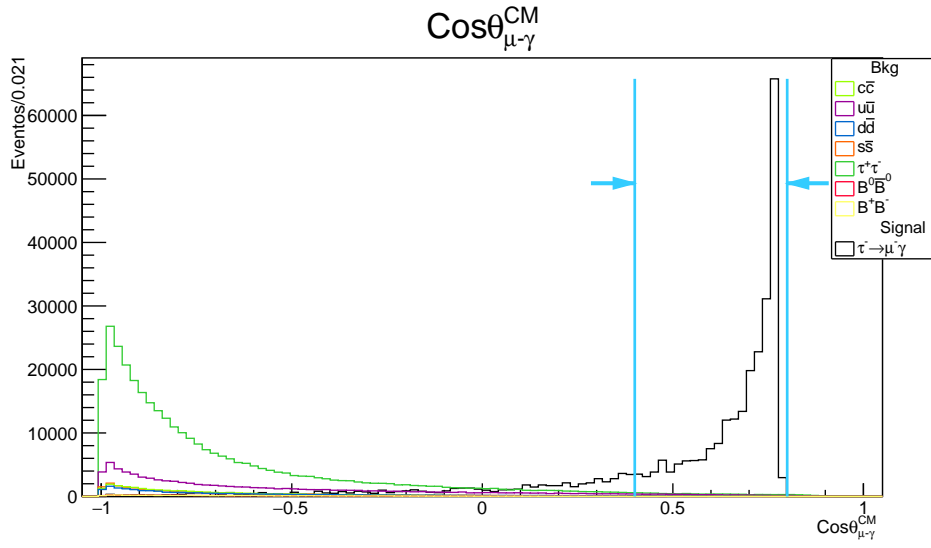


Figura 4.8: Ángulo entre μ y γ en el sistema centro de masa, $\cos\theta_{\mu-\gamma}^{CM}$. Todos los ruidos genéricos se distribuyen principalmente fuera de la región de selección, para ángulos mayores a 90° .

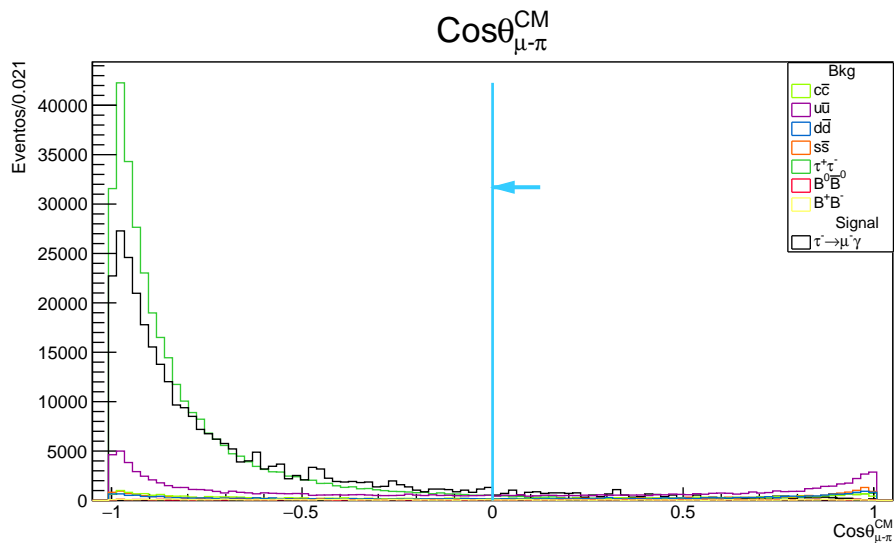
$$\cos\theta_{\mu-\pi}^{CM}$$

Por la cinemática del evento en el sistema centro de masa, esperamos que las dos trazas ($\mu - \pi$) formen un ángulo mayor a 90° , lo cual nos ayuda a remover eventos de los ruidos genéricos (excepto $\tau^+\tau^-$) y un poco de la muestra $\gamma\gamma(\gamma)$. Como se muestra en la Figura. 4.9. La distribución de $e^+e^-(\gamma)$ y $\mu^+\mu^-(\gamma)$ se distribuyen de forma parecida a la señal.

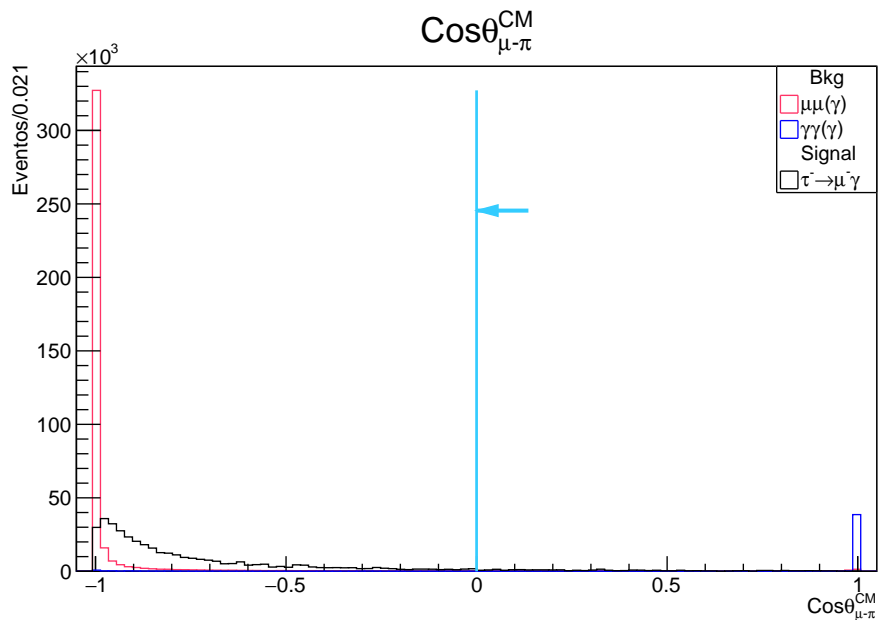
La selección se realizó para $\cos\theta_{\mu-\pi}^{CM} < 0$, para conservar la mayor cantidad de eventos de señal.

$$P_{\chi^2}$$

Queremos que las trazas (*tracks*) sean bien reconstruidas. Para ello imponemos un corte de selección en la probabilidad de $P_{\chi^2} > 0.001$ para el ajuste de las trazas.



(a)



(b)

Figura 4.9: Ángulo entre μ y π , $\cos\theta_{\mu-\pi}^{CM}$. La selección en a) y b) ayuda a eliminar ruido de $q\bar{q}$ y eventos de $\gamma\gamma(\gamma)$.

P_{miss}

\vec{P}_{miss} es el vector momento residual ec. (4.4), el cual se obtiene substrayendo el vector suma de todos los momentos visibles (trazas y candidatos a fotones) de la

suma del momento de los haces e^+ y e^- :

$$\vec{P}_{miss} = \vec{P}_{e^+} + \vec{P}_{e^-} - \vec{P}_{\pi^+} - \vec{P}_{\mu^-} - \Sigma \vec{P}_{\gamma}. \quad (4.4)$$

Se consideraron fotones de energías mayores a 0.1 GeV de acuerdo a la preselección. $P_{miss} > 0.4$ GeV aumenta la probabilidad de que la partículas faltantes (*missing particle*) sean neutrinos. Ayuda a remover eventos provenientes de las muestras de baja multiplicidad ya que su distribución es $P_{miss} \sim 0$ (Figura 4.10).

$\cos \theta_{miss}$

Además de la selección en P_{miss} , con $0.866 < \cos \theta_{miss} < 0.9535$ simplemente aseguramos que la partícula faltante se encuentre dentro de la aceptación del detector, evitando que el momento faltante pueda deberse a trazas fuera de la aceptación.

$\cos \theta_{miss-\pi}^{CM}$

En el sistema centro de masa esperamos que la traza del lado *tag* (π^+) y la partícula faltante formen ángulos cercanos a cero. Luego, una selección de $0.4 < \cos \theta_{miss-\pi}^{CM} < 0.98$ ayuda a remover eventos de ruido de todas las muestras, el corte superior ayuda a remover eventos de $e^+e^-(\gamma)$ como se muestra en la Figura 4.11.

P_{miss} y M_{miss}^2

La variable M_{miss}^2 se define en la ec. 4.5, donde E_{miss} es la suma de la energía de los haces menos la energía visible:

$$M_{miss}^2 = E_{miss}^2 - P_{miss}^2. \quad (4.5)$$

Como los eventos de decaimientos de $\tau^+\tau^-$ son los más difíciles de eliminar, en análisis anteriores y en este análisis se utiliza la relación entre P_{miss} y M_{miss}^2 , para realizar una selección más detallada utilizando una relación lineal entre ambas variables.

De igual manera, se ha seleccionando $P_{miss} > 1.5 * M_{miss}^2 - 1$ y $P_{miss} > -5 * M_{miss}^2 - 1$, ya que se elimina un porcentaje considerable de eventos de $\tau^+\tau^-$ pues su distribución se encuentra del lado derecho de la señal, como se observa en la Figura 4.12.

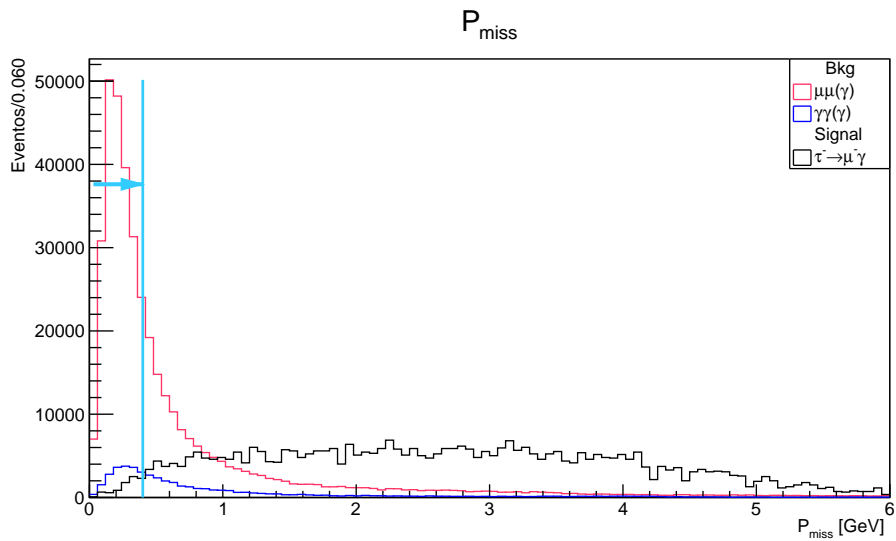
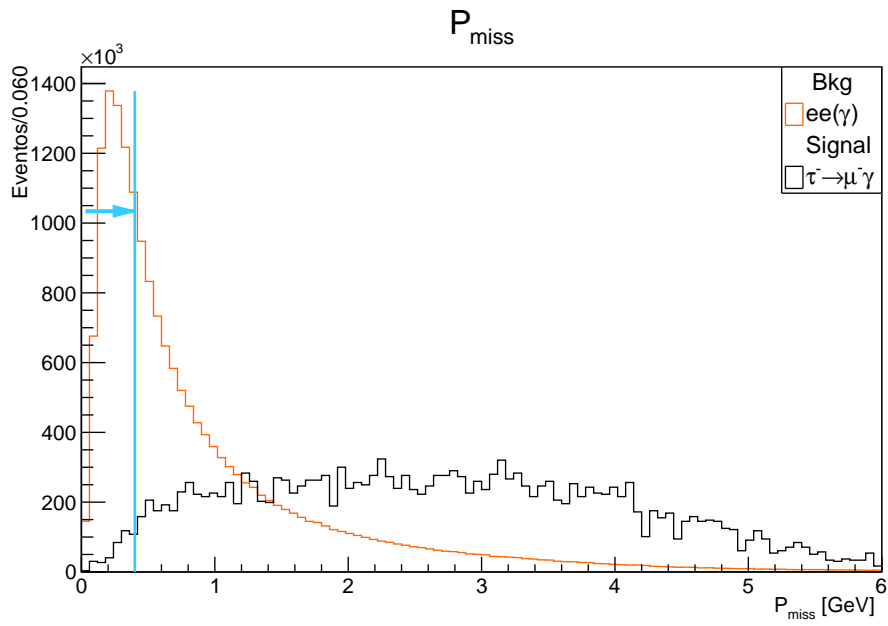
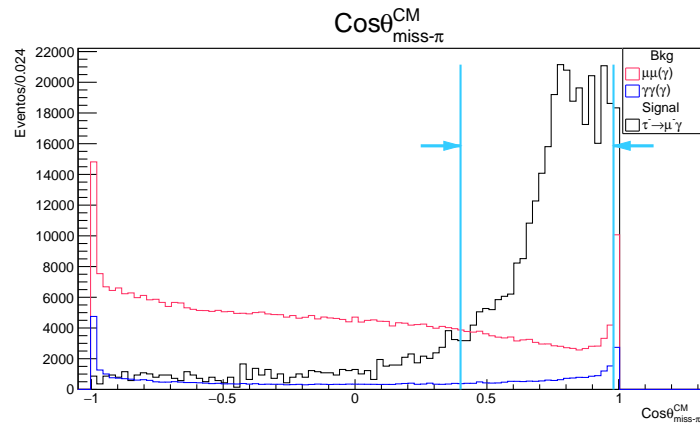
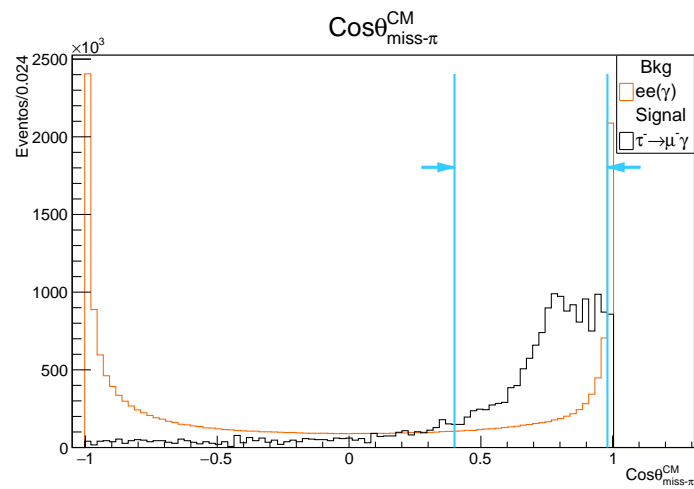


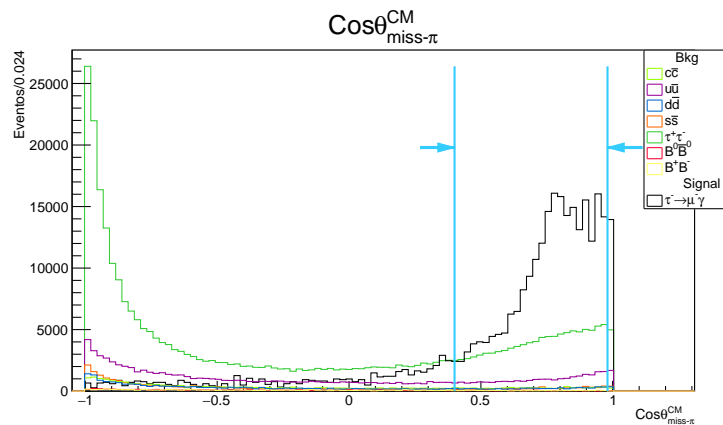
Figura 4.10: Momento residual P_{miss} . El ruido de baja multiplicidad a) $e^+e^-(\gamma)$ y b) $\mu^+\mu^-(\gamma)$ y $\gamma\gamma(\gamma)$, se distribuye alrededor de $P_{miss} \sim 0$.



(a)



(b)



(c)

Figura 4.11: Ángulo entre la partícula faltante y la traza del *tag*, $\cos\theta_{miss-\pi}^{CM}$. La selección ayuda a eliminar eventos de ruido de todas las muestras de a-b) baja multiplicidad y c) genéricas, las cuales se distribuyen principalmente a ángulos mayores a 90° .

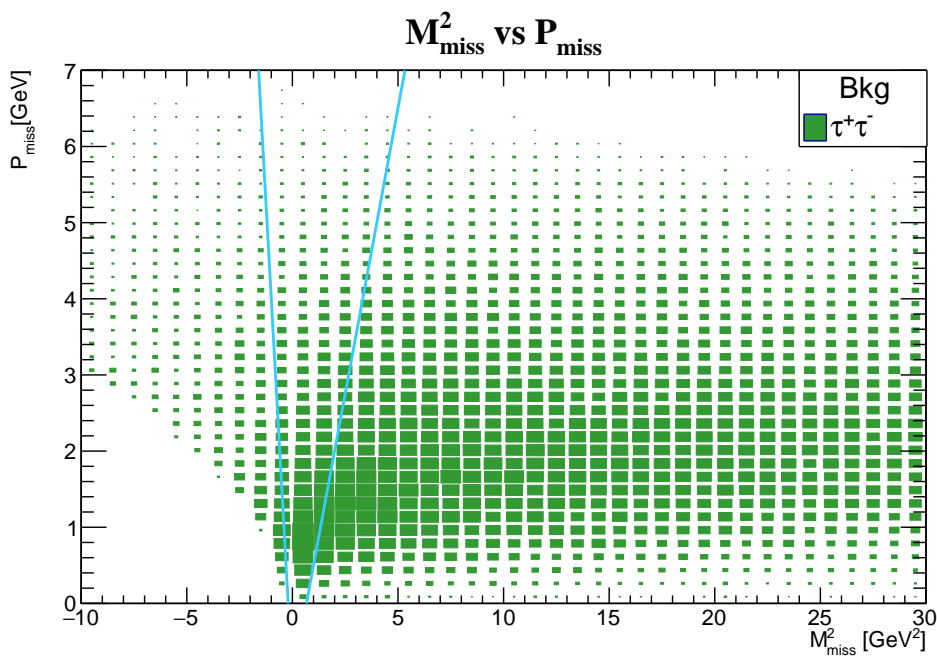
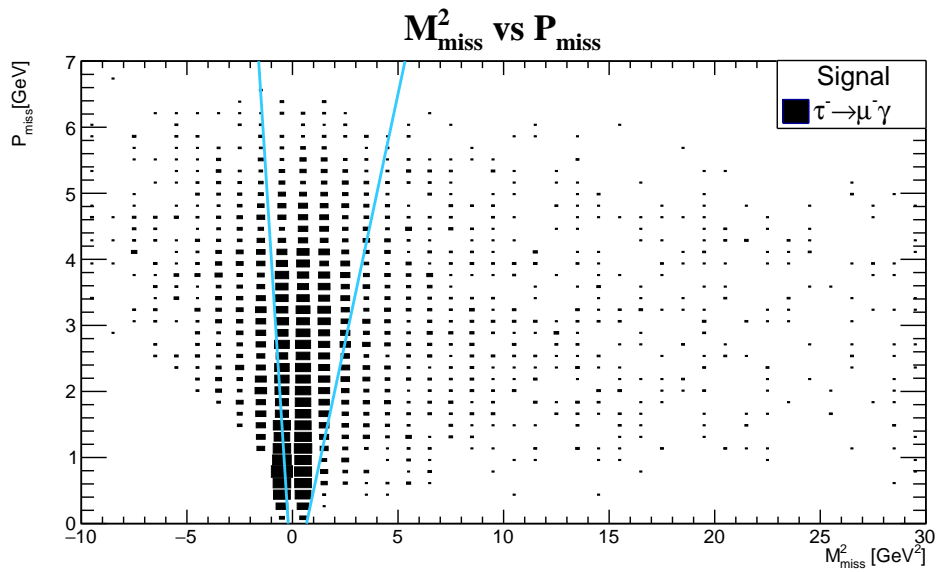


Figura 4.12: Distribución M_{miss}^2 vs P_{miss} . De a) eventos de señal y b) eventos de $\tau^+\tau^-$. Las líneas azules delimitan la región de selección para la señal.

E_{tot}^{CM}

La energía total en el centro de masa E_{tot}^{CM} se define mediante la ec. (4.6), donde $E_{visible}^{CM}$ es la energía visible (la suma de la energía de todas las trazas y candidatos a fotones) y P_{miss}^{CM} es el momento residual del evento:

$$E_{tot}^{CM} = E_{visible}^{CM} + P_{miss}^{CM}c. \quad (4.6)$$

Una selección de $E_{tot}^{CM} < 12$ GeV nos ayuda a reducir principalmente el ruido de las muestras de baja multiplicidad, como se muestra en la Figura 4.14.

Thrust

El escalar $|thrust|$ o T , ec. (4.7). Se define a partir de una colección de N momentos de partículas en el evento \vec{p}_i ($i = 1, \dots, N$), los cuales son proyectados sobre el eje de *thrust*. El vector \hat{n}_{thr} es un vector unitario el cual maximiza las proyecciones longitudinales de los momentos de las partículas:

$$|thrust| = \frac{\sum_i^N |\hat{n}_{thr} \cdot \vec{p}_i|}{\sum_i^N |\vec{p}_i|}. \quad (4.7)$$

Esta variable se calcula con el módulo **buildEventShape**, mediante la información del evento que cumple la preselección.

En la Figura 4.13 se muestra la función de la variable *thrust*, la cual separa la región de señal y el *tag*.

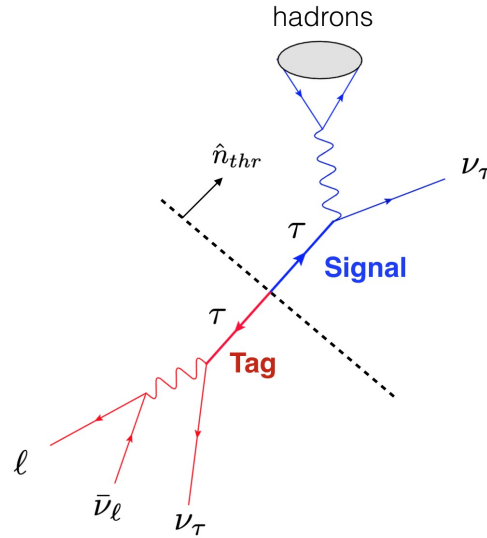


Figura 4.13: Ilustración de la variable *thrust*, la cual separa la región de señal y el *tag*.

Esta variable tiene una distribución similar para la señal y para las muestras de $\tau^+\tau^-$, los cuales se distribuyen alrededor de ~ 0.95 y es muy eficiente eliminando los demás ruidos genéricos los cuales tienen valores de $|thrust|$ menores que 0.8, como se puede observar en c) de la Figura 4.15.

Específicamente, la selección inferior elimina casi por completo los eventos de las muestras de ruido de B^+B^- y $B^0\bar{B}^0$.

Para el caso de las muestras de baja multiplicidad, la distribución tienen un pico cercano a 1 como se muestra en a-b) de la Figura. 4.15.

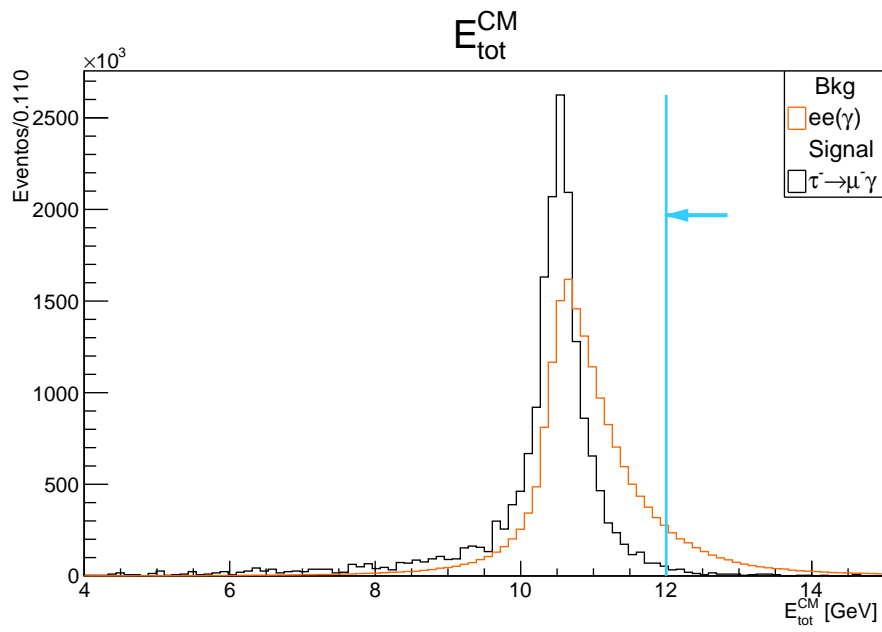
Entonces, se realizó una selección de $0.8 < |thrust| < 9.8$.

$$M_\nu^2$$

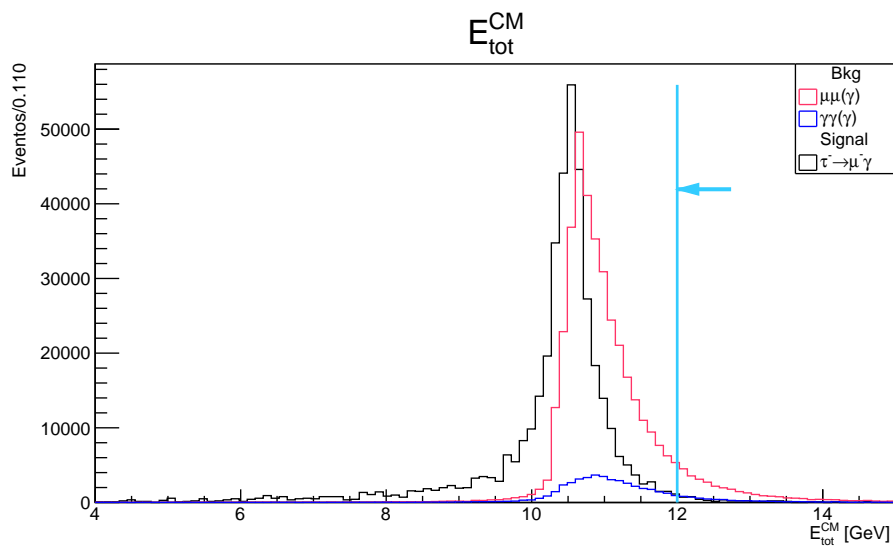
También podemos calcular el cuadrado de la masa de la partícula faltante (que denotaremos por ν) en el lado *tag* mediante la ecuación de la masa invariante:

$$M_\nu^2 = (E_{\mu\gamma}^{CM} - E_{tag}^{CM})^2 - (P_{miss}^{CM})^2. \quad (4.8)$$

Se realizó un corte inferior de $-0.5 < M_\nu^2 \text{ GeV}^2$, el cual eliminó ruido de las muestras genéricas y de $e^+e^-(\gamma)$, como se muestra en la Figura 4.16.

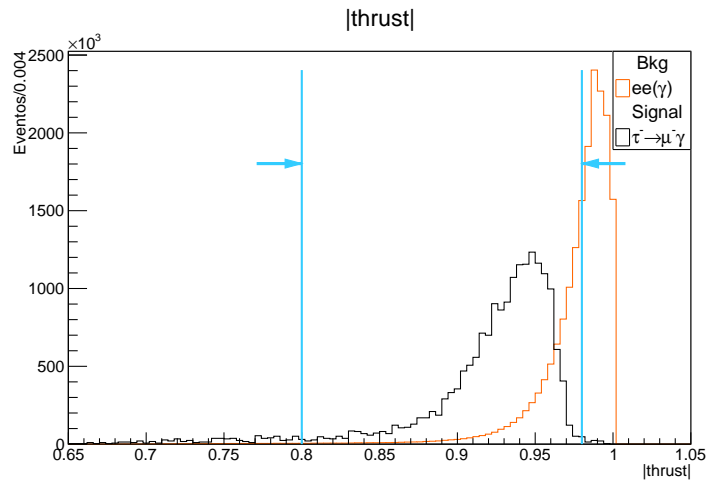


(a)

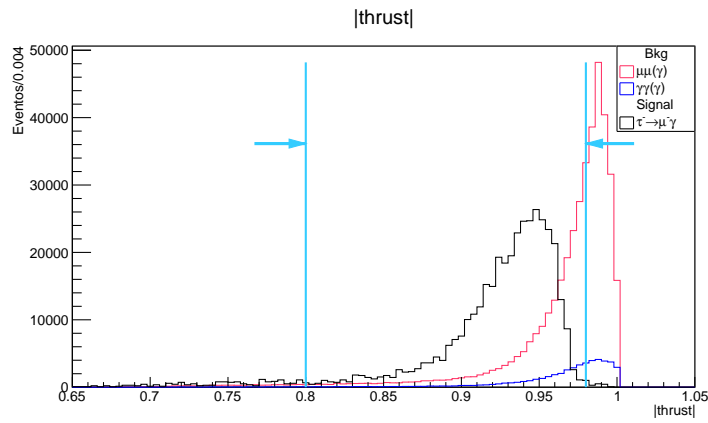


(b)

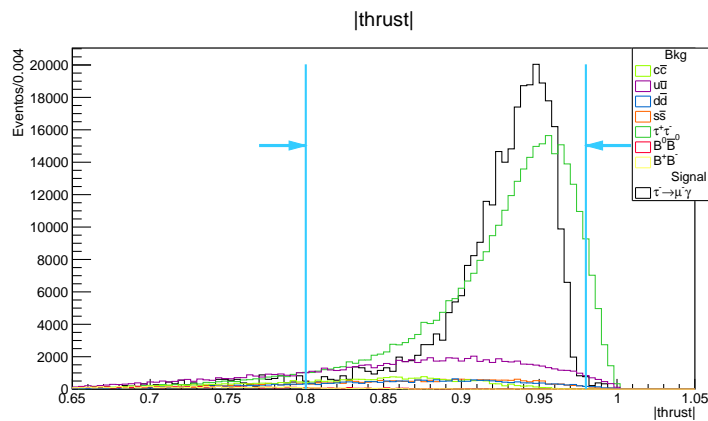
Figura 4.14: La energía total E_{tot}^{CM} , ayuda a eliminar eventos de baja multiplicidad a) $e^+e^-(\gamma)$ y b) $\mu^+\mu^-(\gamma)$ y $\gamma\gamma(\gamma)$.



(a)

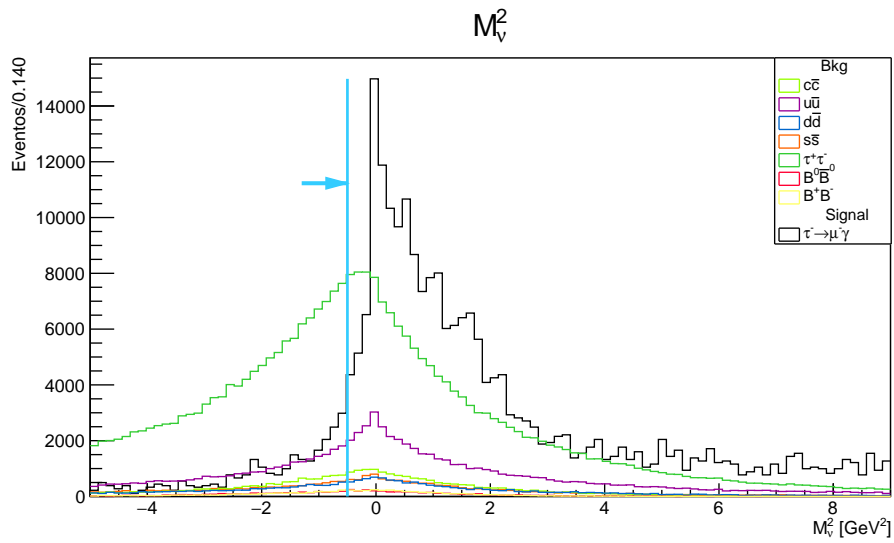


(b)

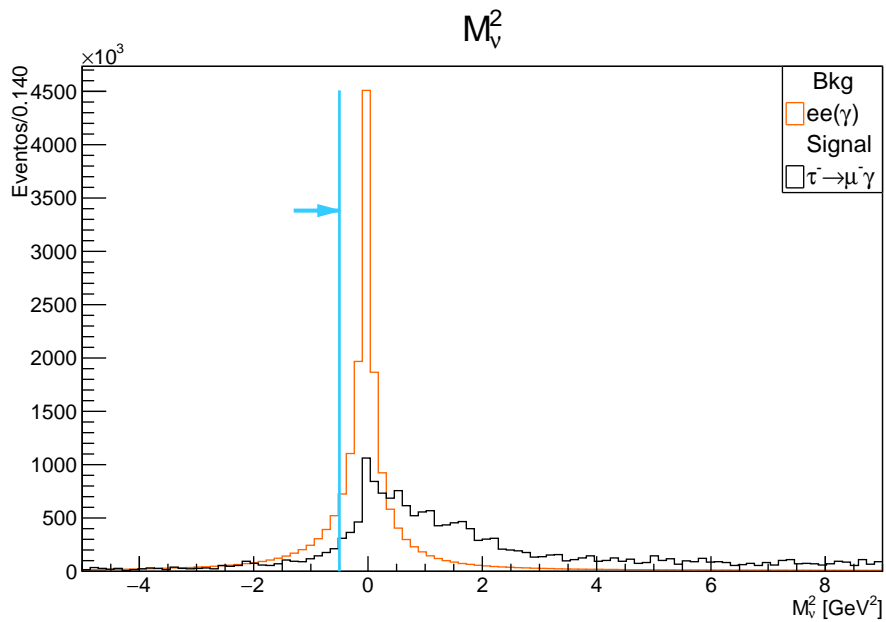


(c)

Figura 4.15: Variable $|thrust|$. La señal se encuentra centrada en ~ 0.95 . El corte superior elimina ruido de baja multiplicidad a) $e^+e^-(\gamma)$ y b) $\mu^+\mu^-(\gamma)$ y $\gamma\gamma(\gamma)$ y el corte inferior elimina casi por completo c) B^+B^- y $B^0\bar{B}^0$ de ruido genérico.



(a)



(b)

Figura 4.16: Masa de la partícula faltante M_ν^2 . En a) la selección elimina principalmente eventos de $\tau^+\tau^-$ y b) eventos de $e^+e^-(\gamma)$.

$$\cos\theta_{\tau-\mu}^R$$

Esta variable está calculada desde el sistema del reposo del leptón τ^- donde sabemos que el ángulo entre la partícula hija μ^- y el τ^- tienen una distribución uniforme. Por otro lado, se observa que todos los candidatos de ruidos se distribuyen

en ángulos cercanos a cero.

Un corte de $\cos\theta_{\tau-\mu}^R < 0.4$ elimina ruido de todas las muestras como se aprecia en la Figura 4.17.

clusterE9E21

La variable *clusterE9E21* es útil para eliminar ruido de todas muestras, ya que esperamos que la razón de la energía entre los cristales *E9* (de ancho 3x3) y *E21* (de ancho 5x5 sin las esquinas) del ECL sea muy cercana a 1, como se observa en la Figura 4.18.

Se aplicó un corte de selección inferior de $0.95 < \textit{clusterE9E21}$.

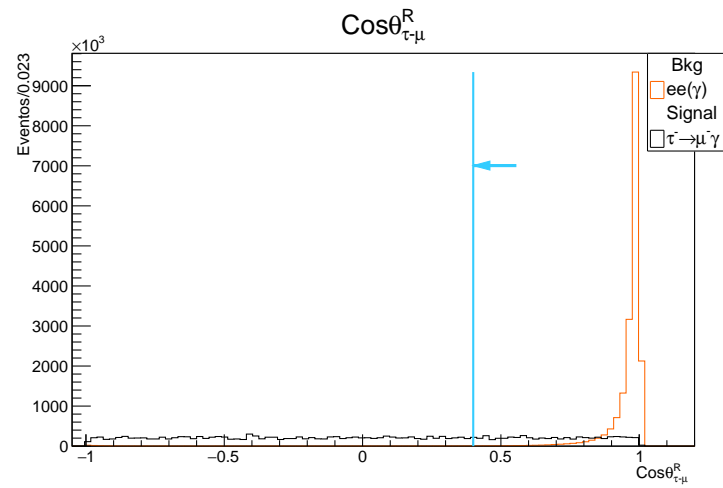
Esta variable y las siguientes ayudaron a eliminar el ruido remanente después de haber aplicado la mayoría de los cortes de selección que se han mencionado hasta aquí.

clusterTiming

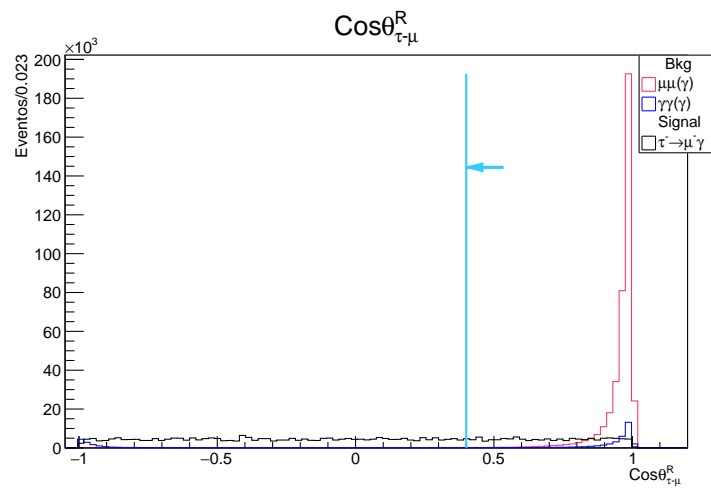
La variable *clusterTiming* regresa el tiempo que transcurre entre los *clusters* del ECL, cuando las partículas pasan por el detector.

Para buscar candidatos de γ de señal también buscamos que el tiempo entre *clusters* sea pequeño.

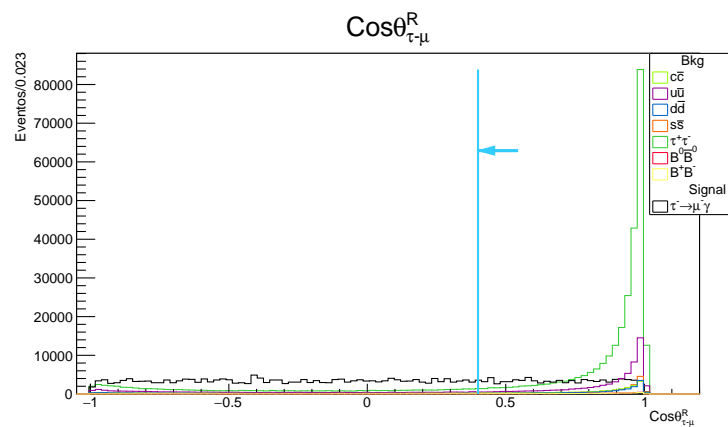
En la Figura 4.19 se muestra que la señal esta dentro de la región $-1 < \textit{clusterTiming} < 1$ esta selección elimina ruido de todos las muestras.



(a)

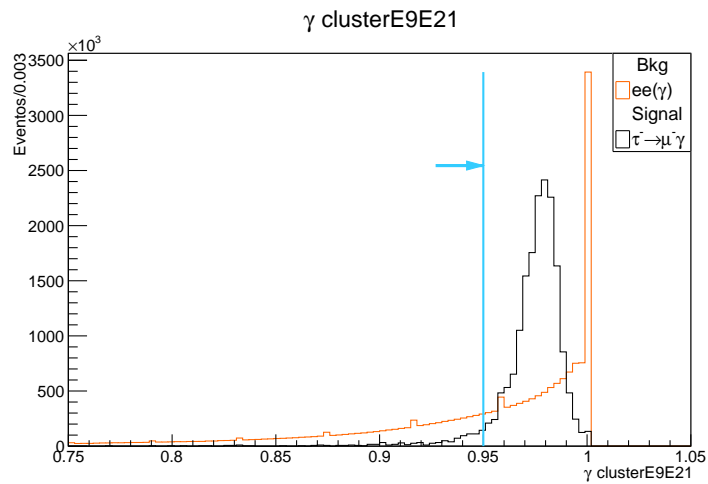


(b)

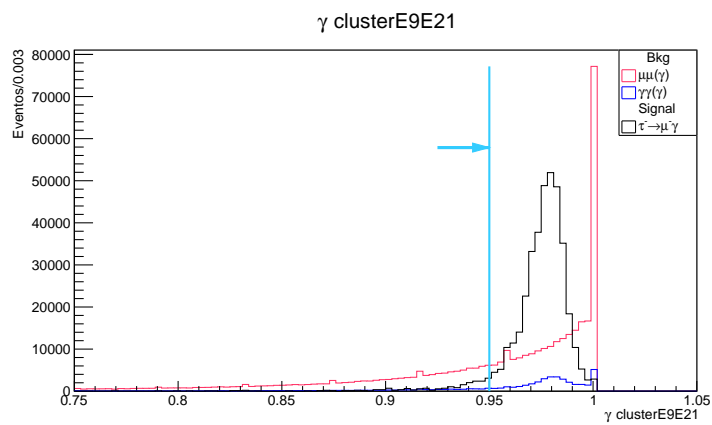


(c)

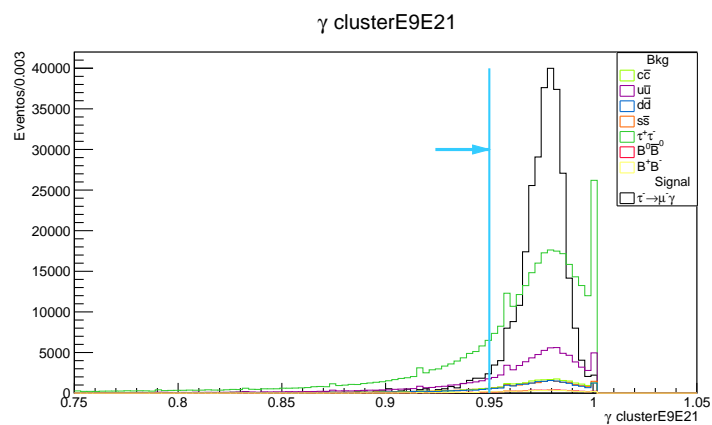
Figura 4.17: El coseno del ángulo ente μ^- y τ^- , $\cos\theta_{\tau\mu}^R$, elimina una gran cantidad de ruido de todas las muestras de a-b) baja multiplicidad y c) genéricas.



(a)

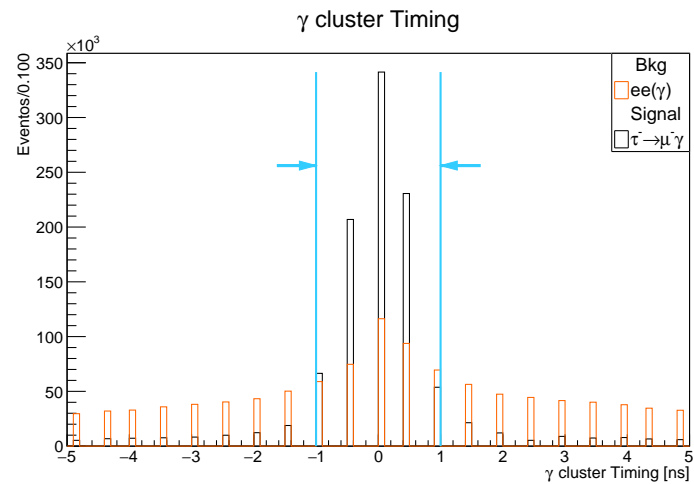


(b)

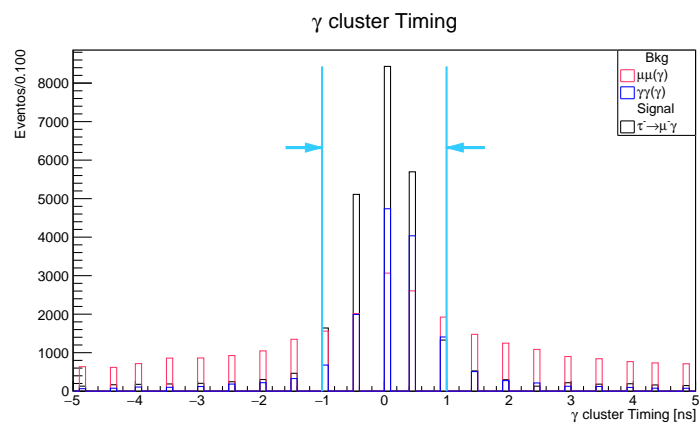


(c)

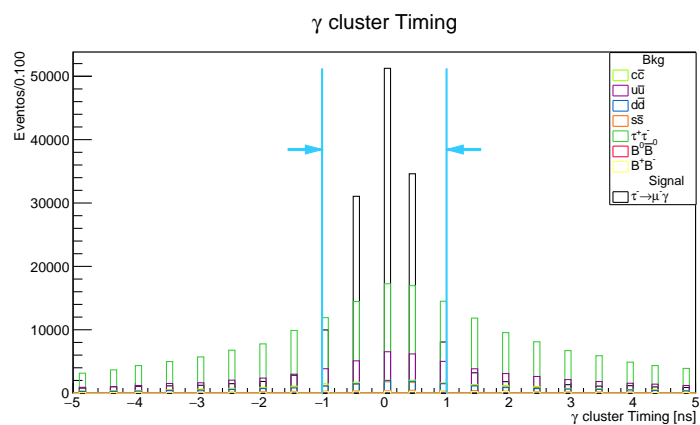
Figura 4.18: Razón de la energía de la partícula γ entre los cristales $E9$ y $E21$ del ECL. La selección elimina ruido remanente de todas las muestras de a-b) baja multiplicidad y c) genéricas.



(a)



(b)



(c)

Figura 4.19: Tiempo entre *clusters* del ECL para la partícula γ , útil para eliminar ruido de todas las muestras de a-b) baja multiplicidad y c) genéricas.

RestOfEvent

Las siguientes variables se calculan con los módulos **RestOfEvent** y **buildContinuumSuppression** con la preselección de la sección 4.2.

El módulo **RestOfEvent** se calcula con todo el evento identificando la parte de la señal $\tau^- \rightarrow \mu^- \gamma$ y el módulo **buildContinuumSuppression** hace uso de la información de **RestOfEvent** y es el encargado de guardar las variables que se mencionarán a continuación.

ThrustB

El *thrust* se definió en la ec. (4.7). Sin embargo, la variable *ThrustB* presentada aquí se calcula utilizando las partículas del lado de la señal.

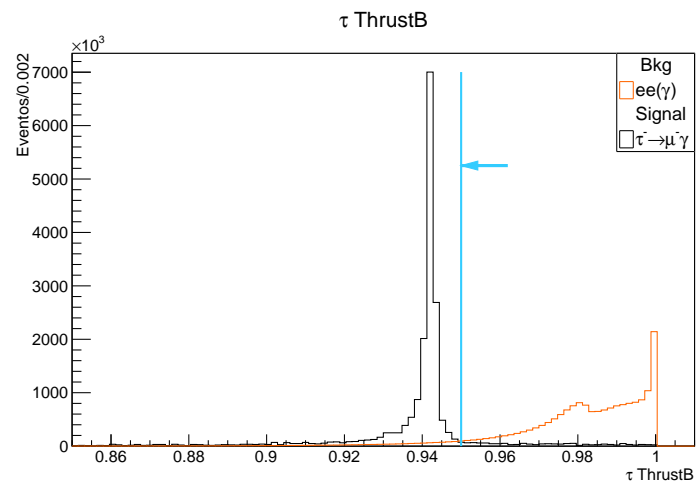
Se llama *ThrustB* por ser una variable usada para física de mesones B, pero aquí la estamos calculando para el leptón τ .

Esta variable ayuda a remover de todas las muestras el ruido que permanece al ya haber aplicado los cortes anteriores. La señal presenta un pico bien definido al rededor de ~ 0.94 , mientras que todos los ruidos se distribuyen para valores cercanos a 1. En la Figura 4.20 se muestra el corte de selección superior de $ThrustB < 0.95$.

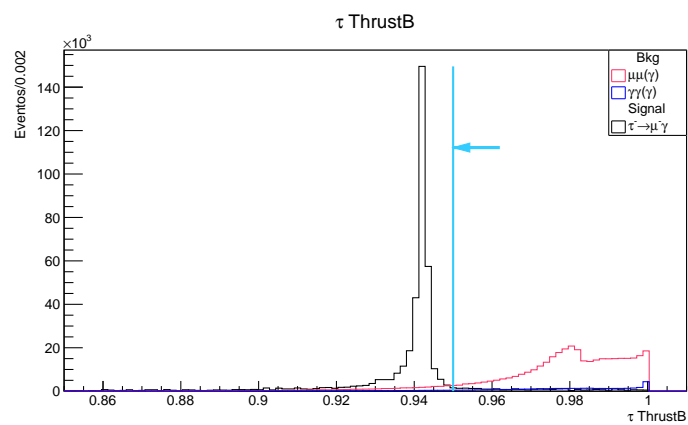
cosTBz

La variable *cosTBz* es el ángulo que se forma mediante el eje del *ThrustB*, el *thrust* de la señal, y el eje z .

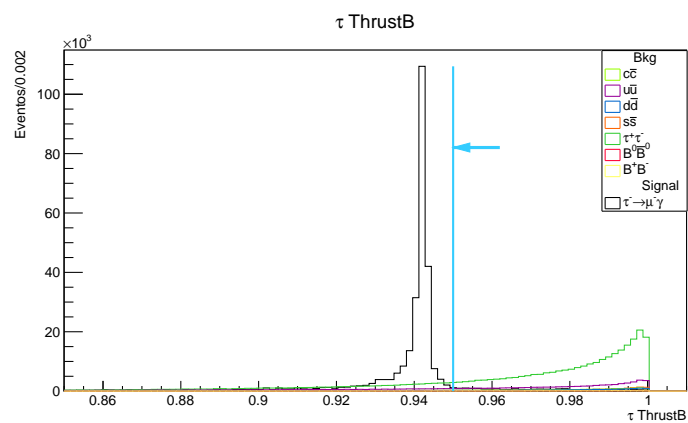
Esta variable ayuda a remover ruidos de las muestras de baja multiplicidad y principalmente de $u\bar{u}$ y $\tau^+\tau^-$, como se aprecia en la Figura 4.21.



(a)

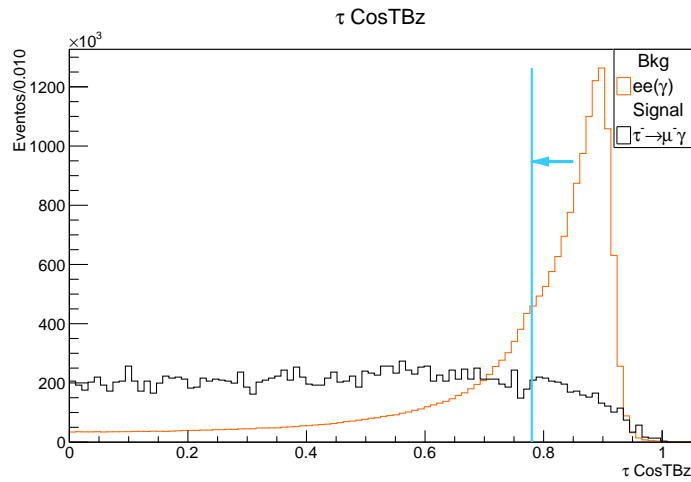


(b)

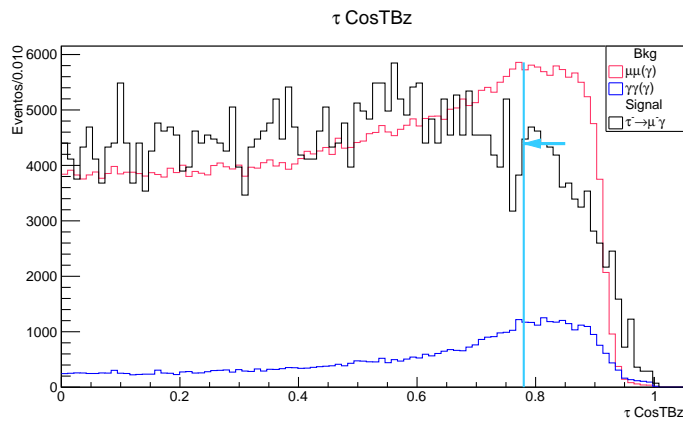


(c)

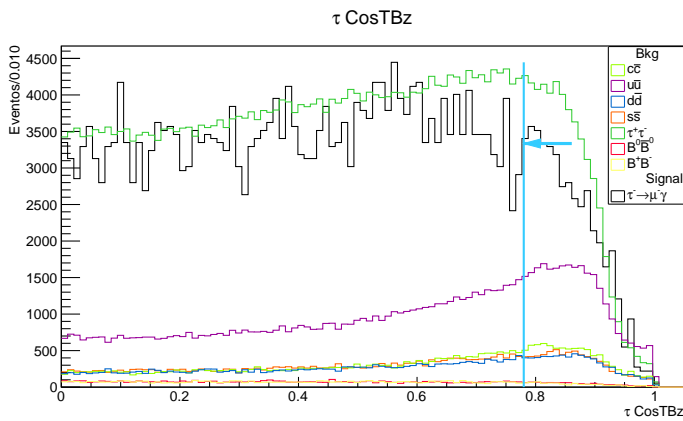
Figura 4.20: *Thrust* de la señal τ^- . Se observa la separación de la señal y el ruido, la selección elimina eventos de todos los tipos de ruidos remanentes a-b) baja multiplicidad y c) genéricos.



(a)



(b)



(c)

Figura 4.21: Ángulo entre el eje del *thrust* de la señal y eje z. La selección ayuda a eliminar principalmente a) $e^+e^-(\gamma)$, b) $\mu^+\mu^-(\gamma)$ y en c) eventos de $u\bar{u}$ y $\tau^+\tau^-$.

Conos de CLEO

Los conos de CLEO son otra herramienta que ayuda a remover eventos de ruido que han permanecido inalterados con los cortes anteriores.

Utilizan la información del eje del *thrust* de la señal y a partir de este eje se secciona el espacio en conos concéntricos de 10° de separación entre ellos y calcula el flujo de partículas que los atraviesan en el sistema laboratorio en el evento. El flujo de partículas se calcula mediante la medición de los momentos de las partículas en estas regiones.

A continuación, en la Figura 4.22 se muestra la ilustración de los conos de CLEO.

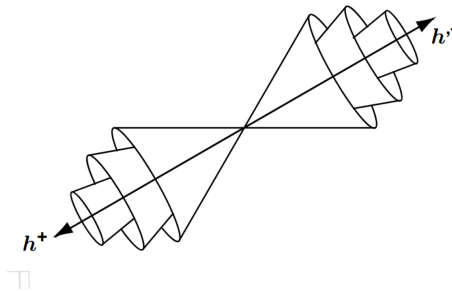
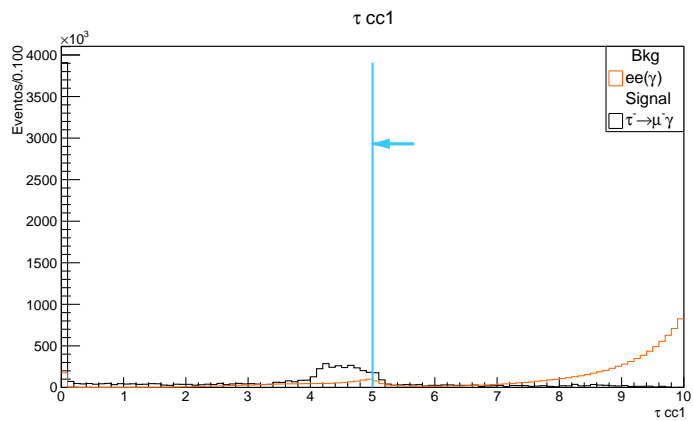


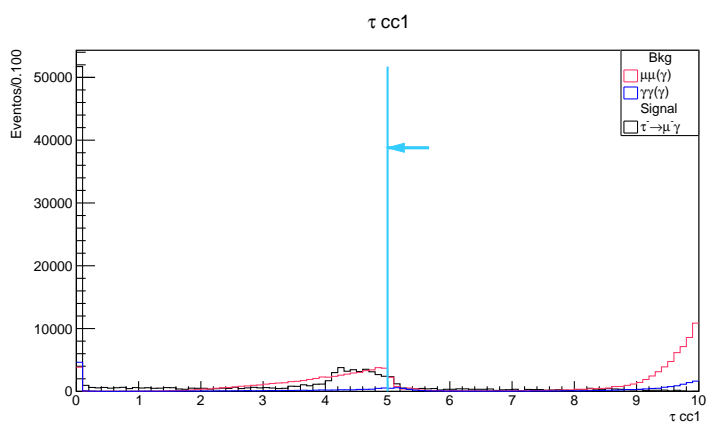
Figura 4.22: Ilustración de los conos de CLEO

En este análisis notamos que solo el primer cono de CLEO (cc1), el cual se calcula para un ángulo de 10° , marca una separación eficiente entre señal y ruido, ya que los conos restantes minimizaban la eficiencia de la señal.

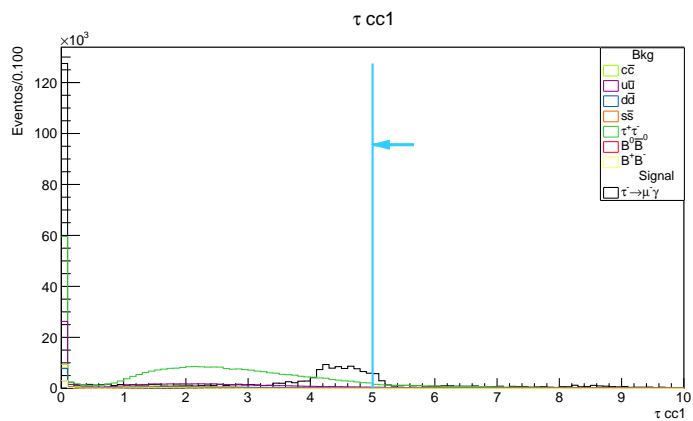
En la Figura. 4.23 se muestra las distribuciones del cono de CLEO 1 y el corte de selección de $\tau_{cc1} < 5$.



(a)



(b)



(c)

Figura 4.23: Cono de CLEO 1. Las selección $\tau cc1 < 5$ remueve eventos de ruido de a-b) baja multiplicidad y c) genéricos.

4.3. Análisis anteriores y actual

En esta sección se explicarán brevemente las diferencias entre el análisis actual que se presenta en esta tesis y los análisis que se realizaron por Belle [19, 21] y el estudio de sensibilidad que se realizó para Belle II [1].

Para la preselección optamos por una buena calidad de las trazas que conforman los candidatos a señal y el que forma el *tag*, como se explico en la sección 4.2.

Esto es necesario debido a que la cantidad de ruido en Belle II aumentó considerablemente respecto a Belle. La preselección que utilizamos es similar a la utilizada en el análisis de Belle II [1]. La comparación con los análisis anteriores de $\tau \rightarrow \mu\gamma$ se muestra en la Tabla 4.2.

Un punto a notar es referente al análisis anterior de Belle II, se menciona que el análisis es similar a Belle y solo se especifican más a detalle las nuevas variables que utilizaron. Por ese motivo en las tablas de comparación hemos puesto un *, denotando que son cortes similares, pero no podemos hacer una comparación estricta.

Belle (2004)	Belle (2008)	Belle II (2018)	Análisis Actual
$\mathcal{L}_{int} = 232.3 \text{ fb}^{-1}$	$\mathcal{L}_{int} = 535 \text{ fb}^{-1}$		
		Preselección:	Preselección:
$E_\gamma > 0.1$	$E_\gamma > 0.1$	$E_\gamma > \{0.1, 0.09, 0.160\}^\dagger$	$E_\gamma > 0.1$
		$ dz < 0.5m$	$ dz < 0.5 \text{ m } dr < 0.2 \text{ m}$
		$P_{tr} > 0.08$	$P_{tr}^{\mu/\pi} \geq 0.1$
		$p - value > 0.01$	$-0.855 < \cos \theta_{\mu/\pi} < 0.9535$
No. trazas= 2	No. trazas= 2	*	No. trazas= 2
Carga neta= 0	Carga neta= 0	*	Carga neta= 0
		$ \Delta t_{cluster} < 50nm$	Región 1 $< M_{\tau^-} < 2.5$

Tabla 4.2: Preselección para los análisis de $\tau \rightarrow \mu\gamma$. En † la energía para el fotón corresponde a las regiones (*forward endcap*, *barrel*, *backwards endcap*).

Los cortes de selección, fueron similares a los análisis de Belle con las modificaciones correspondientes para Belle II, por ejemplo, en los detectores la región de la aceptación incrementó.

También se examinaron las nuevas variables que se incluyeron en el análisis anterior de Belle II, con lo cual hemos descartado algunas de ellas e implementado

otras. Esto es importante para una eventual selección eficiente utilizando algún algoritmo multivariable.

En la Tabla 4.3 se muestran los cortes de selección que se realizaron en los análisis anteriores y en el presente.

Belle (2004)	Belle (2008)	Belle II (2018)	Análisis actual
$P_{cm}^{\mu/\pi} < 4.5 \text{ GeV}$	$P_{cm}^{\mu/\pi} < 4.5 \text{ GeV}$	$P_{cm}^{\pi} < 2.5 \text{ GeV}$	$P_{cm}^{\mu/\pi} < 4.5 \text{ GeV}$
$P_{tr}^{\mu/\pi} \geq 0.1 \text{ GeV}$	$P_{tr}^{\mu/\pi} \geq 0.1 \text{ GeV}$	En preselección	En preselección
$-0.819 < \cos \theta_{\mu/\pi} < 0.906$	$-0.866 < \cos \theta_{\mu/\pi} < 0.956$	*	En preselección
$P_{\mu} > 1.0 \text{ GeV}$	$P_{\mu} > 1.0 \text{ GeV}$	*	$P_{\mu} > 1.0 \text{ GeV}$
$\mathcal{L}_{\mu} > 0.95$	$\mathcal{L}_{\mu} > 0.95$	*	$\mathcal{L}_{\mu} > 0.95$
$\mathcal{L}_{\mu}^{\pi} < 0.80$	$\mathcal{L}_{\mu}^{\pi} < 0.80$	*	$\mathcal{L}_{\mu}^{\pi} < 0.80$
$-0.866 < \cos \theta_{\gamma} < 0.906$	$-0.602 < \cos \theta_{\gamma} < 0.829$	*	En preselección
$E_{\gamma} > 0.5 \text{ GeV}$	$E_{\gamma} > 0.5 \text{ GeV}$	*	$E_{\gamma} > 0.5 \text{ GeV}$
$E_{cm}^{sum} < 9.0 \text{ GeV}$	$E_{cm}^{sum} < 9.0 \text{ GeV}$	*	$E_{cm}^{sum} < 9.0 \text{ GeV}$
$0.4 < \cos \theta_{\mu-\gamma} < 0.8$	$0.4 < \cos \theta_{\mu-\gamma} < 0.8$	*	$0.4 < \cos \theta_{\mu-\gamma} < 0.8$
$\theta_{cm}^{\mu-\pi} > 90$	$\cos \theta_{cm}^{\mu-\pi} < 0$	*	$\cos \theta_{cm}^{\mu-\pi} < 0$
$p_{miss} > 0.4 \text{ GeV}$	$p_{miss} > 0.4 \text{ GeV}$	*	$p_{miss} > 0.4 \text{ GeV}$
$-0.866 < \cos \theta_{miss} < 0.956$	$-0.866 < \cos \theta_{miss} < 0.956$	*	$-0.866 < \cos \theta_{miss} < 0.9535$
$\cos \theta_{cm}^{\pi-miss} > 0.4$	$0.4 < \cos \theta_{cm}^{\pi-miss} < 0.98$	*	$0.4 < \cos \theta_{cm}^{\pi-miss} < 0.98$
$p_{miss} > -5 * m_{miss}^2 - 1$	$p_{miss} > -5 * m_{miss}^2 - 1$	*	$p_{miss} > -5 * m_{miss}^2 - 1$
$p_{miss} > 1.5 * m_{miss}^2 - 1$	$p_{miss} > 1.5 * m_{miss}^2 - 1$	*	$p_{miss} > 1.5 * m_{miss}^2 - 1$
	$0.9 < thrust < 0.98$	*	$0.9 < thrust < 0.98$
	$-1 < m_{\nu}^2 < 2$	*	$-0.5 < m_{\nu}^2$
	$E_{cm}^{Tot} < 10.5 \text{ GeV}$	*	$E_{cm}^{Tot} < 12 \text{ GeV}$
	$\cos \theta_{\mu-\tau} < 0.4$	*	$\cos \theta_{\mu-\tau} < 0.4$
		En preselección	$P_{\chi^2} > 0.001$
		$\cos \theta_{T,Bz} < 0.8$	$\cos \theta_{T,Bz} < 0.78$
		$0.936 < ThrustB < 0.944$	$ThrustB < 0.95$
		$E9oE25 > 0.95$	$E9oE25 > 0.95$
		Conos CLEO	$\tau \text{ ccl} < 5$
		$-1 < ClusterTiming < 1ns$	$-1 < ClusterTiming < 1ns$
		$2 < E_{ECL} < 6$	—
		$0.8 < ROETHtust$	—
		Mom. de Fox-Wolfram	—
Eficiencia 12 %			
$-0.23 < \Delta E [\text{GeV}] < 0.1$	Región elíptica 2σ	$-0.4 < \Delta E [\text{GeV}] < 0.2$	$-0.4 < \Delta E [\text{GeV}] < 0.2$
$1.71 < M_{Inv} [\text{GeV}] < 1.82$	en M_{Inv} y ΔE	$1.65 < M_{Inv} [\text{GeV}] < 1.85$	$1.65 < M_{Inv} [\text{GeV}] < 1.85$
Eficiencia 10.4 %	Eficiencia 6.05 %	Eficiencia 7.23 %	Eficiencia 6.25 %
	Región elíptica 2σ	Rotación 72°	Rotación 72°
	Eficiencia 5.07 %	Eficiencia 4.59 %	Eficiencia 4.95 %

Tabla 4.3: Comparación de los requerimientos de selección para el canal $\tau \rightarrow \mu\gamma$. El

* denota requerimientos parecidos a los análisis anteriores.

4.4. Análisis de sensibilidad

Aquí se realizará el análisis de sensibilidad en la razón de decaimiento del canal que viola sabor leptónico $\tau^- \rightarrow \mu^- \gamma$. Sin tomar en cuenta los errores sistemáticos.

Después de aplicar todos los cortes de selección (descritos en la sección 4.2.1), tanto en las muestras de Monte Carlo de señal y como de ruido hemos obtenido los eventos remanentes con los cuales pretendemos hacer la selección final de nuestra señal en las variables de M_{τ^-} vs ΔE , como se mencionó al inicio de este capítulo.

Entonces, eligiendo una región de señal extendida en estas variables: $1.65 < M_{\tau^-} [\text{GeV}] < 1.85$ y $-0.4 < \Delta E [\text{GeV}] < 0.2$, mostramos en la Tabla. 4.4 los eventos remanentes de las muestras de ruido que utilizamos para este análisis.

Ruido	Eventos en las muestras	Eventos antes de la selección final
$\tau^+ \tau^-$	7.35×10^8	92
$u\bar{u}$	1.284×10^9	5
$d\bar{d}$	3.20×10^8	1
$s\bar{s}$	3.06×10^8	2
$c\bar{c}$	1.063×10^9	0
$B^+ B^-$	4.52×10^8	0
$B^0 \bar{B}^0$	4.27×10^8	0
<i>low multiplicity*</i>		
$\mu^+ \mu^- (\gamma)$	8.92×10^8	40
$e^+ e^- (\gamma)$	1×10^{11}	0
$\gamma\gamma (\gamma)$	3.36×10^9	0
Señal	1×10^4	625

Tabla 4.4: Eventos remanentes antes de la selección final a 0.8 ab^{-1} . En * $e^+ e^- (\gamma)$ y $\gamma\gamma (\gamma)$ tiene los cortes de preselección mencionados en la Tabla 3.1

Como se puede notar, después de todos los cortes de selección el ruido disminuyó considerablemente y la eficiencia de la señal es de 6.25 %.

Además, podemos clasificar los eventos de ruido remanentes $\tau^+ \tau^-$ mediante la herramienta *labelTauPairMC* del módulo **BuildEventShape**. Esta herramienta revisa

la información de generación de Monte Carlo de la muestra de $\tau^+\tau^-$ y clasifica qué decaimiento se produjo del τ^+ y τ^- para cada evento.

Entonces para los 92 eventos de $\tau^+\tau^-$ remanentes, se muestra en la Figura 4.24 su distribución y en la Tabla 4.5 se muestra la proporción de los eventos que aporta cada decaimiento. Estos canales de decaimiento de τ son los más difíciles de separar de la señal $\tau^- \rightarrow \mu^- \gamma$, ya que la dinámica de estos canales es muy similar a la señal que buscamos.

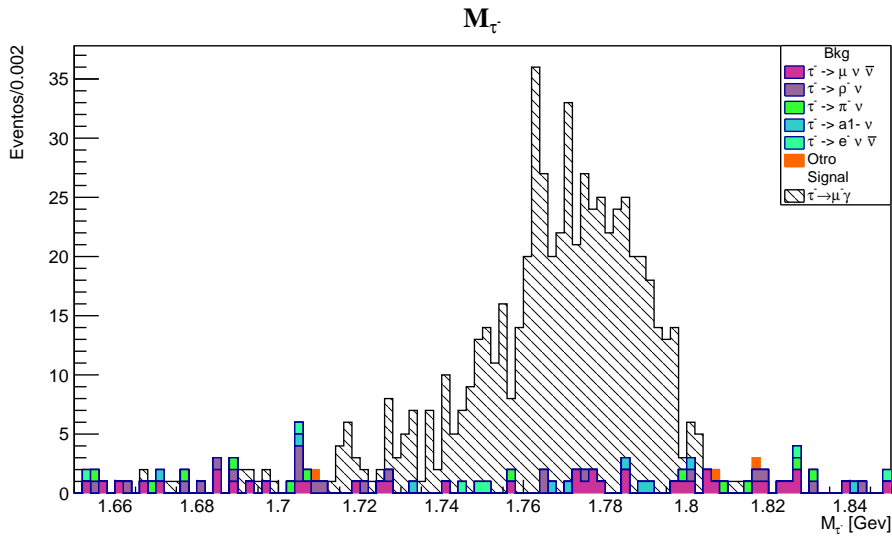


Figura 4.24: Ruidos del leptón τ^- provenientes de decaimientos de $\tau^+\tau^-$, antes de la selección final.

Canales de τ^-	Eventos antes de la selección final
$\tau^- \rightarrow \mu^- \nu \bar{\nu}$	39
$\tau^- \rightarrow \rho^- \nu$	21
$\tau^- \rightarrow \pi^- \nu$	12
$\tau^- \rightarrow a_1^- \nu$	10
$\tau^- \rightarrow$ otro	10

Tabla 4.5: Eventos remanentes de $\tau^+\tau^-$ antes de la selección final a 0.8 ab^{-1} .

Como a finales del siguiente año se espera alcanzar en Belle II una luminosidad de 1 ab^{-1} , aquí hemos extrapolado los resultados para dicha luminosidad.

En la Tabla. 4.6 se muestran las contribuciones de ruido para el caso de 1 ab^{-1} .

Ruido	Eventos en las muestras	Eventos antes de la preselección
$\tau^+\tau^-$	9.19×10^8	115
$u\bar{u}$	1.619×10^9	6
$d\bar{d}$	4.67×10^8	1
$s\bar{s}$	4.36×10^8	3
$c\bar{c}$	1.301×10^9	0
B^+B^-	5.58×10^8	0
$B^0\bar{B}^0$	5.27×10^8	0
<i>low multiplicity</i>		
$\mu^+\mu^-(\gamma)$	1.115×10^9	50
$e^+e^-(\gamma)$	1.25×10^{11}	0
$\gamma\gamma(\gamma)$	4.2×10^9	0
Señal	1×10^4	625

Tabla 4.6: Eventos remanentes de $\tau^+\tau^-$ antes de la selección final escalados a 1 ab^{-1} .

4.4.1. Principales ruidos del canal $\tau \rightarrow \mu\gamma$

Las principales fuentes de ruido asociadas a la señal pertenecen a las muestras de $\mu^+\mu^-(\gamma)$ donde el μ^+ es mal identificado o no se detecta y el fotón puede provenir de la radiación inicial del evento.

Otro ruido importante son los decaimientos provenientes de $\tau^+\tau^-$, cuya distribución la mayoría de las veces se encuentra en la región de la señal y, por lo tanto, es el ruido más difícil de eliminar.

Después de todos los cortes de selección se encontró que los decaimientos que persisten de $\tau^+\tau^-$ (Tabla 4.5) son: $\tau^- \rightarrow \mu^-\bar{\nu}_\mu\nu_\tau$, donde el muon se combina con un fotón proveniente de otro decaimiento o de la radiación inicial; $\tau^- \rightarrow \pi^-\nu_\tau$, donde

el pion cargado decae el 99% de las veces a $\mu\nu$, los neutrinos no se identifican y de igual manera tenemos combinación con un fotón externo.

También encontramos que el decaimiento $\tau^- \rightarrow \rho^- \nu_\tau$ representa una fuente de ruido apreciable y esto puede ocurrir ya que el ρ^- puede decaer a $\pi^- \pi^0$ y $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$ el 99% de las veces.

Otros decaimientos que podrían representar fuentes de ruido son $\tau^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu \nu_\tau \gamma$ dentro del marco del SM y $\tau^- \rightarrow \mu^- \gamma \chi$ fuera del marco del SM, con χ una partícula que no se identifica. Los cuales se estudiarán posteriormente.

4.4.2. Selección final

La distribución de la señal $\tau^- \rightarrow \mu^- \gamma$ en la región de M_{τ^-} vs ΔE se muestra en la Figura 4.25, donde el ruido corresponde a la Tabla 4.4.

En esta gráfica se puede notar la correlación que existe entre la masa invariante de la señal M_{τ^-} y la diferencia de energía ΔE , por lo cual no se puede realizar una selección final cuadrada sin perder eficiencia en la señal y remover todos los eventos de ruido (ver Apéndice A), por esta razón se realizó una rotación de 72° como se muestra en la Figura 4.26.

Para realizar la rotación y la selección final de la señal se utilizaron las nuevas variables:

$$y' = \Delta E * \cos(72) - M_{\tau^-} * \sin(72), \quad (4.9)$$

$$x' = \Delta E * \sin(72) + M_{\tau^-} * \cos(72). \quad (4.10)$$

Finalmente, se eligió la región final de $-1.718 < y' < -1.66$ GeV y $0.4 < x' < 0.68$ GeV y con esta selección final se determinó un límite superior para la sensibilidad en la razón de decaimiento de $\tau^- \rightarrow \mu^- \gamma$.

La región final se muestra con líneas discontinuas en la Figura 4.26.

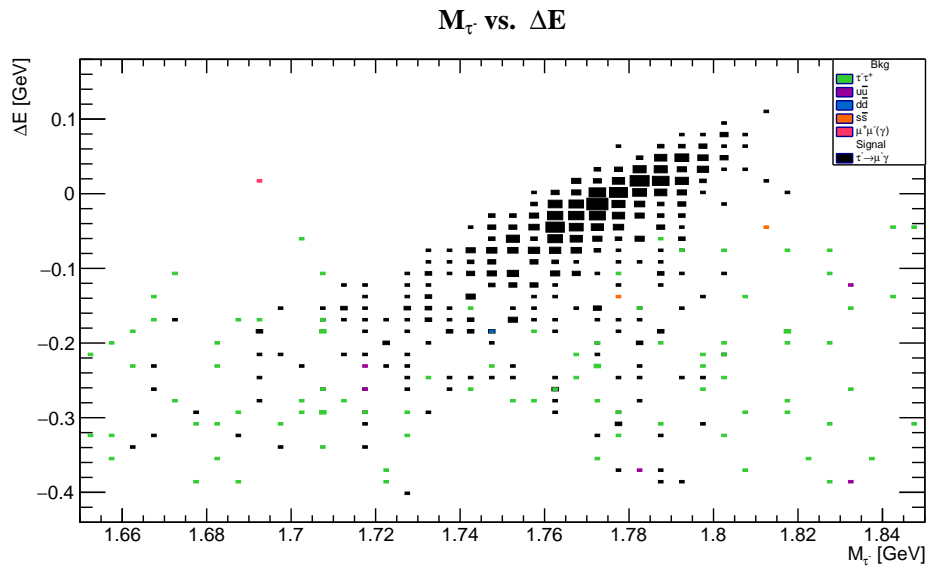


Figura 4.25: Región de señal M_{τ^-} vs. ΔE

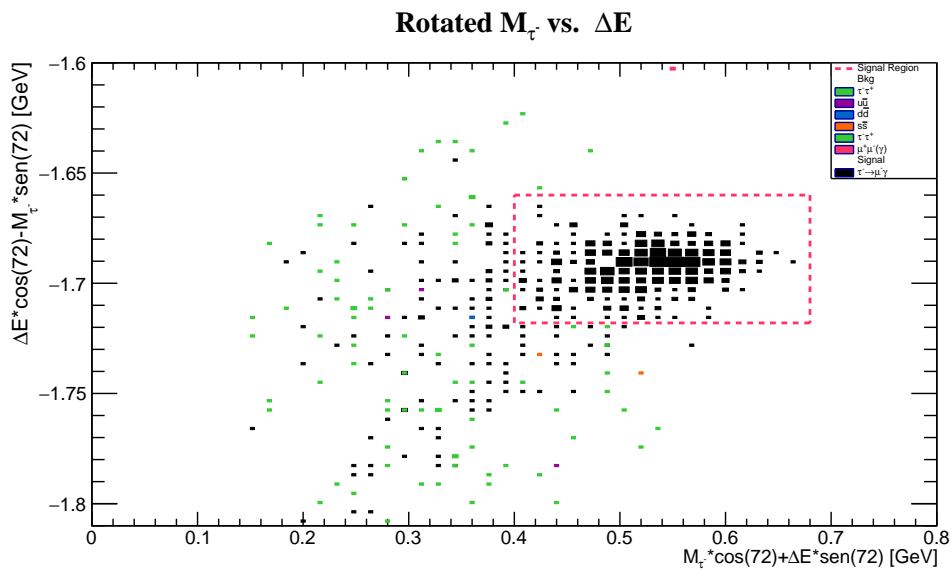


Figura 4.26: Rotación de la región de señal M_{τ^-} vs. ΔE

Después de realizar la selección final de la señal la eficiencia disminuyó a 4.95 % pero sin ningún evento de ruido presente.

Podemos calcular el límite superior en la razón de decaimiento a un nivel de confianza del 90 %, suponiendo que el ruido de fondo sigue una distribución de Poisson.

Entonces, para el caso en el que tenemos cero eventos observados de ruido, la distribución fija un límite superior en el número de eventos de $n_{eventos} < 2.3$ para este nivel de confianza [39].

Este límite en el número de eventos lo podemos utilizar para fijar un límite superior en la razón de decaimiento, bajo la hipótesis de esperar ningún evento de señal:

$$B(\tau^- \rightarrow \mu^- \gamma) < \frac{n_{eventos}}{\epsilon_{signal} * \sigma_{e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-} * 2 * L_{int}}, \quad (4.11)$$

donde la $\epsilon_{signal} = 0.0495$ y $\sigma_{e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-} = 0.919$ nb.

Por lo tanto, para la luminosidad integrada de 0.8 ab^{-1} al 90 % de nivel de confianza, el límite superior que obtenemos para la razón de decaimiento es:

$$B(\tau^- \rightarrow \mu^- \gamma) < 3.160 \times 10^{-8}. \quad (4.12)$$

Extrapolando este resultado para 1 ab^{-1} de luminosidad integrada y suponiendo que bajo la selección final no permanecerá ningún evento de ruido, obtenemos al 90 % de nivel de confianza el límite superior:

$$B(\tau^- \rightarrow \mu^- \gamma) < 2.528 \times 10^{-8}. \quad (4.13)$$

Análogamente, podemos obtener el límite superior en la razón de decaimiento tomando la eficiencia de la señal $\tau^- \rightarrow \mu^- \gamma$ sin incluir el ruido del haz en la muestra de señal.

En este caso la eficiencia después de la preselección aumentó, y después de aplicar todos los cortes de selección de la sección 4.2.1 y al realizar la rotación y la selección final de esta señal obtenemos una eficiencia de $\epsilon_{signal} = 0.0671$.

Con este valor de la eficiencia y suponiendo que en la selección final no se encontrara ningún evento de ruido, para 0.8 ab^{-1} de luminosidad integrada obtenemos

un límite de

$$B(\tau^- \rightarrow \mu^- \gamma) < 2.331 \times 10^{-8}. \quad (4.14)$$

Y para 1 ab^{-1} de luminosidad integrada,

$$B(\tau^- \rightarrow \mu^- \gamma) < 1.864 \times 10^{-8}. \quad (4.15)$$

Los resultados anteriores ec. (4.14) y (4.15), representan un límite inferior al límite que se calculó tomando en cuenta el ruido del haz.

Con este análisis de eventos de Monte Carlo se ha mostrado que se puede mejorar los resultados del último análisis de Belle, el cual se realizó con una luminosidad integrada de 535 fb^{-1} , fijando un $\mathcal{B}(\tau \rightarrow \mu \gamma) < 4.5 \times 10^{-8}$ a 90% de nivel de confianza [21]. Asimismo, mejorará el límite de BaBar de $\mathcal{B}(\tau \rightarrow \mu \gamma) < 4.4 \times 10^{-8}$ al mismo nivel de confianza, con 9.6×10^8 decaimientos de τ [22].

Sin embargo, aquí no hemos tomado en cuenta las incertidumbres sistemáticas que pueden provenir, por ejemplo, de la eficiencia de reconstrucción en las trazas (*tracks*), la eficiencia de reconstrucción de los fotones, los criterios de selección, la luminosidad y eficiencia del sistema de disparo (*trigger*).

Por otra parte, tampoco se ha considerado el error en la estadística de los eventos de Monte Carlo, en especial para las muestras de baja multiplicidad $\mu^+ \mu^- (\gamma)$, $e^+ e^- (\gamma)$ y $\gamma \gamma (\gamma)$, para las cuales se tiene poca luminosidad integrada frente a las demás muestras de ruido con la cual hemos realizado este análisis.

En un trabajo posterior se considerará la inclusión de las incertidumbres y se buscará optimizar el presente análisis.

Si suponemos que durante el experimento podremos obtener una región sin ruido y suponiendo que la incertidumbre sistemática total no tengan un efecto apreciable, esto representaría una reducción en el límite hasta una escala de $\sim 10^{-10}$, en el caso

más optimista, para los 50 ab^{-1} de luminosidad integrada que se acumularán en el experimento Belle II durante su funcionamiento, lo cual sin duda discriminaría entre distintos modelos que buscan explicar la física de partículas.

De ser observada alguna señal del decaimiento $\tau \rightarrow \mu\gamma$ en Belle II, nos llevaría a escenarios de nueva física más allá del Modelo Estándar, lo cual nos daría herramientas para entender un poco más el mundo que nos rodea.

Capítulo 5

Conclusiones

Actualmente la búsqueda de violación de sabor leptónico en el sector de leptones cargados representa una rama muy importante para la búsqueda de nueva física. En este trabajo se estudió el decaimiento $\tau \rightarrow \mu\gamma$ en el marco del experimento Belle II. Dicho experimento empezará a tomar datos a principio del siguiente año con el detector Belle II completamente instalado.

En el presente trabajo se realizó un análisis con eventos de Monte Carlo de señal y ruido para posteriormente realizar su implementación en datos.

El análisis se realizó mediante una revisión de las variables físicas asociadas al decaimiento de señal $\tau \rightarrow \mu\gamma$. Se aplicaron los requerimientos de selección en las variables que ayudaron a discriminar entre señal y ruido y, así, posteriormente realizar una selección final en las variables M_{τ^-} vs. ΔE . Además, mediante una rotación de 72° sobre M_{τ^-} vs. ΔE se logró obtener una región de señal libre de ruido de fondo.

La eficiencia final de la señal que se obtuvo al final fue de $\epsilon_{signal} = 4.95\%$, la cual es baja. Sin embargo, como se ha mencionado, se obtiene una región libre de ruido.

Con este valor de eficiencia se realizó un análisis de sensibilidad en la razón de decaimiento de $\tau \rightarrow \mu\gamma$. El ruido se modeló como una distribución de Poisson y, al

no contar con eventos de ruido dentro de la región de la selección final, se fijó un límite superior en el número de eventos ($n_{eventos} < 2.3$) esperados para el caso de cero eventos de ruido. Con ello se obtuvo para 0.8 ab^{-1} una cota de

$$B(\tau^- \rightarrow \mu^- \gamma) < 3.160 \times 10^{-8}. \quad (5.1)$$

Al extrapolar este resultado a 1 ab^{-1} se encontró un valor de

$$B(\tau^- \rightarrow \mu^- \gamma) < 2.528 \times 10^{-8}. \quad (5.2)$$

Suponiendo que no hubiera ruido proveniente del haz, tendríamos una cota inferior a estas cotas superiores correspondiente para 1 ab^{-1} de

$$B(\tau^- \rightarrow \mu^- \gamma) < 1.864 \times 10^{-8}. \quad (5.3)$$

A pesar de que el ruido en el acelerador superKEKB es 10 o 20 veces mayor que en su predecesor KEKB, el hecho de conservar esta región libre de ruido mejorará considerablemente el límite en la razón de decaimiento de $\tau \rightarrow \mu\gamma$ de $\mathcal{B}(\tau \rightarrow \mu\gamma) < 4.4 \times 10^{-8}$ al 90 % de nivel de confianza [22,38], lo cual es clave para la discriminación de modelos de física más allá del Modelo Estándar, específicamente los que se mencionaron en la Tabla 2.2.

Con una luminosidad integrada de 50 ab^{-1} , que se planea alcanzar por Belle II, esperamos disminuir el límite hasta ordenes de $\sim 10^{-10}$, en el caso más optimista, suponiendo que conservemos la región libre de ruido y suponiendo que las incertidumbres sistemáticas no tengan un efecto apreciable.

El análisis presentado aquí para $\tau \rightarrow \mu\gamma$ se realizó mediante requerimientos de selección cuadrados, intentando eliminar la mayor cantidad de ruido y aumentar la eficiencia de la señal con ayuda de las distribuciones de señal-ruido que se observaron para las distintas variables; sin embargo, este estudio se puede mejorar en distintos aspectos. Por ejemplo, necesitamos analizar más luminosidad integrada para los ruidos de baja multiplicidad y mejorar la simulación de los modelos de decaimiento del

leptón τ , lo cual se tiene pensado realizar con la versión más actual del generador TAUOLA [36].

Finalmente, buscaremos hacer una optimización en este análisis mediante la implementación de árboles de decisión, redes neuronales y otras herramientas de análisis que nos permitan mejorar la eficiencia final de la señal y realizar cortes de selección más complejos.

Esto además buscará compensar la degradación en el límite en la razón de decaimiento de $\tau \rightarrow \mu\gamma$ por la inclusión de incertidumbres sistemáticas que no se han evaluado aquí. Todas estas mejoras se realizarán en un trabajo posterior.

Apéndice A

Gráficas M_{τ^-} y ΔE

Aquí se presentan las gráficas 1-dimensionales de la masa invariante del leptón τ , $M_{\tau^-} = \sqrt{E_{\mu\gamma}^2 - P_{\mu\gamma}^2}$ y la diferencia de energía $\Delta E = E_{\mu\gamma}^{CM} - E_{beam}^{CM}$, antes de realizar la rotación y la selección final de la señal.

En las Figura A.1 y A.2 se muestra la distribución de los eventos de ruido de fondo remanentes después de todos los requerimientos de selección de la sección. 4.2.1. Se puede notar que no podemos hacer una selección libre de ruido con estas variables ya que los eventos de ruido se distribuyen debajo de la señal, por esta razón se implementó la rotación de 72° en dichas variables, como se ha mostrado en la Figura 4.26.

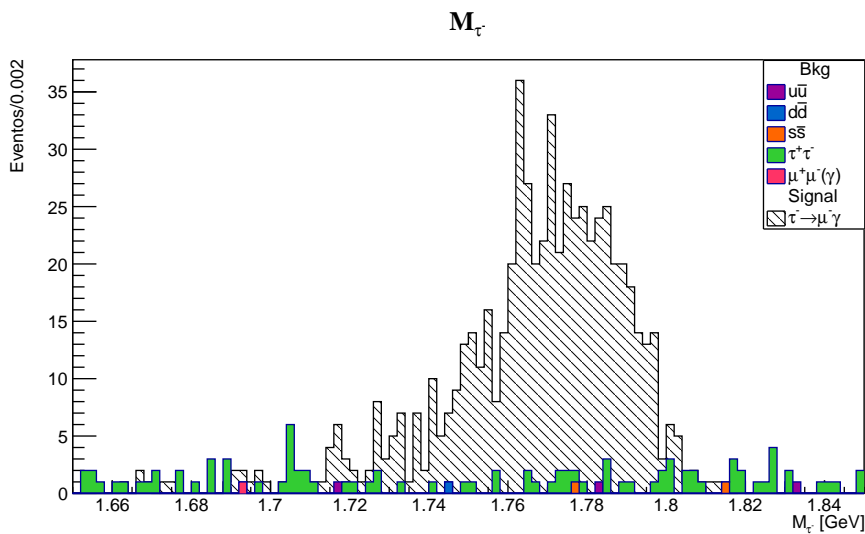


Figura A.1: Masa invariante M_{τ^-} antes de la selección final de la señal. Para la región $1.7 < M_{\tau^-}$ [GeV] < 1.85 .

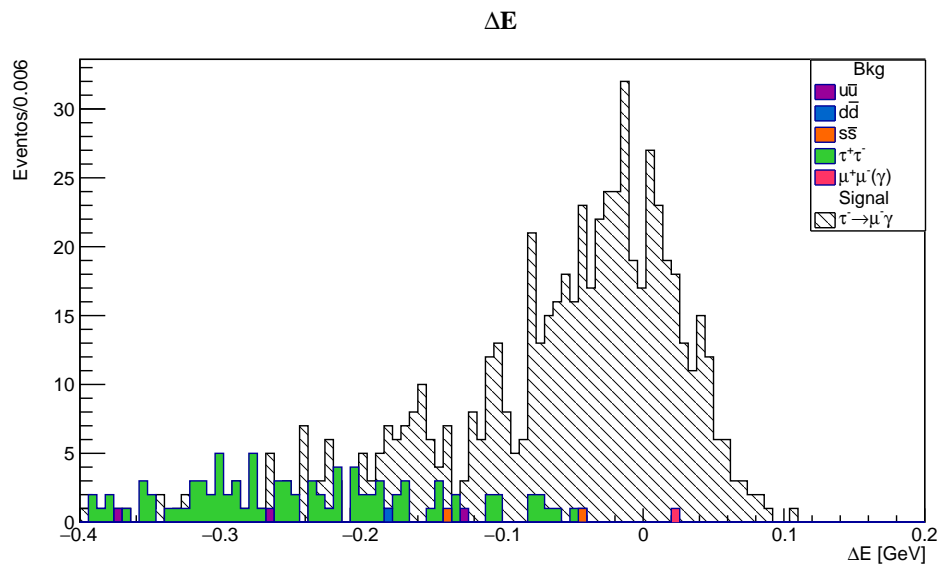


Figura A.2: ΔE antes de la selección final de la señal. Para la región $-0.4 < \Delta E$ [GeV] < 0.2 .

Apéndice B

$\tau \rightarrow \mu\gamma$ en el marco de una teoría efectiva

Aquí se presenta brevemente y de manera general en el marco de una teoría efectiva (EFT por sus siglas en inglés, *Effective Field Theory*) los diferentes operadores que contribuyen a la violación de sabor leptónico de decaimientos de τ y específicamente al decaimiento $\tau \rightarrow \mu\gamma$. La información de este apéndice se basa en las referencias [1, 40].

Para los resultados presentados aquí, se asume que existe una escala de energía $\Lambda \gg m_\tau$ en la cual (grandes) efectos de LFV son generados.

Además, para realizar una descripción general de los decaimientos con LFV del leptón τ dentro del marco de una teoría efectiva se tiene que hacer la suposición de la no existencia de partículas ligeras como neutrinos estériles o axiones.

Por lo tanto, los principales grados de libertad se deben a los leptones (e, μ, τ) y a los quarks ligeros (u, d, s) junto con los gluones y campos de norma de fotones.

La lagrangiana más general dentro de la teoría efectiva debe mantener la invarianza ante simetría de Lorentz y la simetría de norma $SU(3)_c \times U(1)_{em}$.

Entonces, la lagrangiana efectiva más general a baja escala de energía que describe la transición $\tau - \mu$ de violación de sabor leptónico puede ser organizada de

acuerdo a los diferentes tipos de operadores presentes:

$$\mathcal{L}_{eff} = \mathcal{L}_{eff}^D + \mathcal{L}_{eff}^{lq} + \mathcal{L}_{eff}^G + \mathcal{L}_{eff}^{4l} + \dots \quad (\text{B.1})$$

donde los puntos representan operadores de mayores dimensiones.

\mathcal{L}_{eff}^D contiene los operadores efectivos dipolares de dimensión cinco:

$$\mathcal{L}_{eff}^D = -\frac{m_\tau}{\Lambda^2} \{ (C_{DR} \bar{\mu} \sigma^{\rho\nu} P_L \tau + C_{DL} \bar{\mu} \sigma^{\rho\nu} P_R \tau) F_{\rho\nu} + h.c. \}. \quad (\text{B.2})$$

\mathcal{L}_{eff}^{lq} contiene los operadores efectivos de dimensión seis de 4-fermiones que involucran campos de quarks.

\mathcal{L}_{eff}^G contiene los operadores efectivos gluónicos de dimensión siete.

\mathcal{L}_{eff}^{4l} contiene los operadores efectivos de 4-leptones.

A nivel árbol, las contribuciones al decaimiento $\tau \rightarrow \mu\gamma$ corresponden a los operadores efectivos dipolares en la ec. (B.2).

La razón de decaimiento esta dada por

$$\Gamma(\tau \rightarrow \mu\gamma) = \frac{m_\tau^5}{4\pi\Lambda^4} (|C_{DL}|^2 + |C_{DR}|^2), \quad (\text{B.3})$$

considerando $m_\mu = 0$. Si se considera un modelo dipolar donde los operadores efectivos dipolares dominan ante los demás, el decaimiento $\tau \rightarrow \mu\gamma$ es el predominante, obteniendo en este caso

$$BR(\tau \rightarrow \mu\gamma) \simeq 6.2 \times 10^{11} \left(\frac{C_D}{\Lambda^2} \right)^2 [GeV^4]. \quad (\text{B.4})$$

Se puede obtener un límite (estricto) a las constantes $\frac{|C_D|}{\Lambda^2}$ a partir del valor experimental más actual en la razón de decaimiento mostrada en la Tabla. 2.1. Se obtiene el valor de

$$\frac{|C_D|}{\Lambda^2} < 2.7 \times 10^{-10} [GeV^{-2}]. \quad (\text{B.5})$$

En la Figura B.1 se muestran los límites actuales y las perspectivas para Belle II al 90 % de nivel de confianza para los diferentes modelos de un solo operador efectivo dominante.

Si el operador dipolar domina, $\tau \rightarrow \mu\gamma$ es el decaimiento en el cual nos debemos

centrar para futuros análisis de sensibilidad ya que tiene un límite superior ante los otros modelos donde dominan otros operadores efectivos.

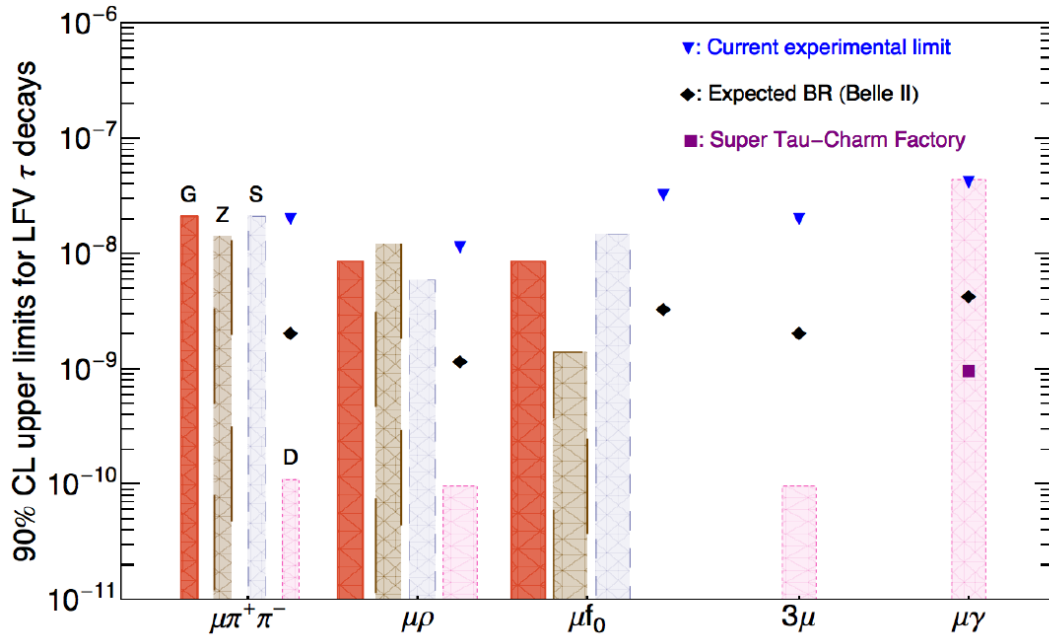


Figura B.1: Perspectivas para las observaciones de decaimientos de violación de sabor leptónico para los diferentes modelos de un solo operador efectivo dominante [40].

Bibliografía

- [1] Emi Kou, Phillip Urquijo, The Belle II collaboration, and The B2TiP theory community. The Belle II physics book. *Prog. Theor. Exp. Phys.* (2018).
- [2] Benjamin W. Lee and Robert E Shrock. Natural suppression of symmetry violation in gauge theories: Muon- and electron-lepton-number nonconservation. *Phys. Rev. D* 16 1444-1473 (1977).
- [3] Ta-Pei Cheng and Ling-Fong Li. Muon-number-nonconservation effects in a gauge theory with $v + a$ currents and heavy neutral leptons. *Phys. Rev. D* 16, 5 1425-1443 (1977).
- [4] Andrea Brignole and Anna Rossi. Lepton flavour violating decays of supersymmetric higgs bosons. *Phys.Lett. B* 566 (2003) 217-225 hep-ph/0304081 DFPD-03-TH-11.
- [5] Monika Blanke, Andrzej J. Buras, Björn Duling, Anton Poschenrieder, and Cecilia Tarantino. Charged lepton flavour violation and $(g - 2) \mu$ in the littlest higgs model with t-parity: a clear distinction from supersymmetry. *JHEP* 0705, 013 (2007), arXiv:hep-ph/0702136.
- [6] G. Cvetič, C. Dib, C. S. Kim, and J. D. Kim. On lepton flavor violation in tau decays. *Phys. Rev. D* 66, 034008 (2002), arXiv:hep-ph/0202212.
- [7] Chong-xing Yue, Yan-ming Zhang, and Lan-jun Liu. Nonuniversal gauge bosons z-prime and lepton flavor violation tau decays. *Phys. Lett. B* 547 252-256 (2002).

- [8] Takeshi Fukuyama and Tatsuru Kikuchi. Lepton flavor violating processes and muon $g - 2$ in minimal supersymmetric $so(10)$ model. *Phys. Rev. D* **68**, 033012 (2003), arXiv:hep-ph/0304190.
- [9] CMS collaboration, S Chatrchyan, et al. Observation of a new boson at a mass of 125 GeV with the CMS experiment at the LHC. *Phys. Lett. B* **716** (2012) 30-61.
- [10] Atlas Collaboration et al. Observation of a new particle in the search for the Standard Model Higgs boson with the ATLAS detector at the LHC. *Phys. Lett. B* **716** (2012) 1-29.
- [11] The United States at the LHC. The standard model and beyond. <http://united-states.cern/physics/standard-model-and-beyond>.
- [12] G Rajasekaran. The story of the neutrino. arXiv:1606.08715v2, 2016.
- [13] C.L. Cowan Jr., F. Reines, F.B. Harrison, H.W. Kruse, and A.D. McGuire. Detection of the free neutrino: A confirmation. *Science* **124**, 103 (1956).
- [14] Frederick Reines and Clyde L. Cowan Jr. The neutrino. *Nature* **178**, 446 (1956).
- [15] Claudio Giganti, Stéphane Lavignac, and Marco Zito. Neutrino oscillations: the rise of the PMNS paradigm. *Progress in Particle and Nuclear Physics* **98** (2018) 1-54.
- [16] KATRIN collaboration et al. A. osipowicz et al., katrin: A next generation tritium beta decay experiment with sub-ev sensitivity for the electron neutrino mass. letter of intent. *arXiv:hep-ex/0109033*.
- [17] Y. Fukuda et al (Super-Kamiokande collaboration). Evidence for oscillation of atmospheric neutrinos. *Phys. Rev. Lett.* **81** 1562 (1998).
- [18] Chengping Shen. Status of the Belle II experiment and prospects for B and τ physics. <https://docs.belle2.org/record/940/files/BELLE2-TALK-CONF-2018-062.pdf>.

- [19] The Belle collaboration. Upper bound on the decay $\tau \rightarrow \mu\gamma$ from the Belle detector. *Phys. Rev. Lett.* *92* (2004).
- [20] BABAR Collaboration. Search for lepton flavor violation in the decay $\tau^\pm \rightarrow \mu^\pm\gamma$. *Phys. Rev. Lett.* *95*, 041802 (2005).
- [21] The Belle collaboration. New search for $\tau \rightarrow \mu\gamma$ and $\tau \rightarrow e\gamma$ decays at Belle. *Phys. Lett. B* *666* 16-22 (2008).
- [22] The BABAR Collaboration. Searches for lepton flavor violation in the decays $\tau^\pm \rightarrow e^\pm\gamma$ and $\tau^\pm \rightarrow \mu^\pm\gamma$. *Phys. Rev. Lett.* *104*, 021802 (2010), arXiv:0908.2381.
- [23] The Belle II collaboration. Official luminosity projection. http://www-superkekb.kek.jp/documents/luminosityProjection_170310.pdf.
- [24] Abi Soffer. Belle II: status and prospects. <https://docs.belle2.org/record/1152/files/BELLE2-TALK-CONF-2018-119.pdf>.
- [25] P. Raimondi. Talk given at the 2nd SuperB workshop, Frascati. <http://www.lnf.infn.it/conference/superb06/talks/raimondi1.ppt>, 2006.
- [26] Belle II Web Page. Super KEKB and Belle II. https://www.belle2.org/project/super_kekb_and_belle_ii.
- [27] The Belle II collaboration. Belle II technical design report. *KEK Report 2010-1*, Version 1.5, October 2010.
- [28] The Belle II collaboration. Full Detector 3D. https://confluence.desy.de/download/attachments/35009238/BelleII_Slide.pdf.
- [29] J. Kemmer, G. Lutz, E. Belau, U. Prechtel, and W. Welser. Low capacity drift diode. *Nucl. Instrum. Meth.*, *A253*, 378–381 (1987).
- [30] C. Z. Yuan (for the Belle II Collaboration). The Belle II experiment at the superkekb. *Presented at Flavor Physics and CP Violation (FPCP 2012), Hefei, China*, arXiv:1208.3813v1, May 21-25, 2012.

- [31] Ivan Heredia de la Cruz for the Belle II Collaboration. The Belle II experiment: fundamental physics at the flavor frontier. *J.Phys.Conf.Ser.* 761 (2016), 012017, arXiv:1609.01806.
- [32] T. Kuhr, C. Pulvermacher, M. Ritter, and N. Braun (Belle II Framework Software Group) T. Hauth. The Belle II core software. arXiv:1809.04299v1, 2018.
- [33] The Belle II collaboration. Software Basf2 Introduction. <https://confluence.desy.de/display/BI/Software+Basf2Introduction>.
- [34] Phillip Urquijo and Torben Ferber. Overview of the Belle II physics generators. *BELLE2-NOTE-PH-2015-006*, January 13, 2016.
- [35] Torbjörn Sjöstrand, Stephen Mrenna, and Peter Skands. PHYTHIA 6.4 physics and manual. *Prog. Theor. Exp. Phys.* (2006), arXiv:hep-ph/0603175v2.
- [36] Stanislaw Jadach, Johann H. Kuhn, and Zbigniew Was. TAUOLA: A library of Monte Carlo programs to simulate decays of polarized tau leptons. *Comput. Phys. Commun.* 64 (1990) 275-299.
- [37] S. Jadach, Z. Was, R. Decker, and Johann H. Kuhn. The tau decay library TAUOLA: Version 2.4. *Comput. Phys. Commun.* 76 (1993) 361-380.
- [38] C. Patrignani et al. Particle Data Group. *Chin. Phys. C*, 40 , 100001, <http://PDG.LBL.GOV>, (2016) and 2017 update.
- [39] S.I. Bityukov, N.V. Krasnikov, and V.A. Taperechkina. Confidence intervals for poisson distribution parameter. <http://cds.cern.ch/record/513896/files/0108020.pdf>.
- [40] Alejandro Celis, Vincenzo Cirigliano, and Emilie Passemar. The model-discriminating power of lepton flavor violating tau decays. *Phys. Rev. D* 89, 095014 (2014), arXiv:1403.5781.