



Cinvestav

CENTRO DE INVESTIGACIÓN Y ESTUDIOS  
AVANZADOS

---

---

DEL INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL

ESTUDIO DE SENSIBILIDAD DEL  
PROCESO  $B^0 \rightarrow D^- \pi^- \mu^+ \mu^+$  EN EL  
EXPERIMENTO BELLE II

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:  
MAESTRO EN CIENCIAS EN LA ESPECIALIDAD DE  
FÍSICA

PRESENTA:  
MICHEL ENRIQUE HERNÁNDEZ VILLANUEVA

DIRECTORES DE TESIS:  
DR. GABRIEL LÓPEZ CASTRO  
DR. EDUARD DE LA CRUZ BURELO

OCTUBRE 2014

*A mis padres,  
Ricardo y Marina,  
a quienes debo todo lo que he logrado.*

## **AGRADECIMIENTOS:**

A mis padres, Ricardo y Marina. A mis hermanos, Alan y Vanessa. A mi familia, cuyo amor y consejos me han impulsado a seguir adelante y a quienes debo lo que soy.

A mis directores de tesis, Dr. Gabriel López Castro y Dr. Eduard de la Cruz Burelo, por su paciencia al compartir sus conocimientos conmigo y por poner su confianza en mi al permitirme ser parte de este proyecto.

A mis sinodales, Dr. Alberto Sánchez y Dr. Omar Miranda, cuyas sugerencias contribuyeron a mejorar este trabajo.

Al Dr. Nestor Quintero, por su colaboración durante el desarrollo del tema y sus invaluable consejos al compartirme su experiencia.

Al Dr. Pedro Podesta y la Dra. Isabel Domínguez de la UAS, por la estancia en la cual adquirí los conocimientos necesarios para el manejo de herramientas utilizadas en este trabajo.

A Iris Herrera, por su amistad y su cariño en los momentos de alegría, así como su paciencia y apoyo en los tropiezos. Gracias por todo, amor.

A mis compañeros, colegas y amigos Humberto Felipe, Luis Flores, Jorge Romero, Claudia Quintana, Daniela Magos, Iván Caro, Gabriel Ramirez, Cesar Guerra, Alejandro Segura, Lizeth Florian, Andrés Ramirez y Lorena Gomez, con quienes compartí la experiencia de cursar la maestría y cuya amistad fue imprescindible para concluirla.

A mis grandes amigos Jair Trejo, Isaac Ramirez, Jorge Serrano, José Luis Quiroz, Victor Villeda, Emiliano Sanchez, Alejandro y Martín Jiménez, Carlos Ridaura, Hector Herrera, Adrián Martínez, Rodolfo Alanís, Hector Torres y Gabriel Barrón. Por su invaluable amistad durante todos estos años y su apoyo incondicional.

A mis profesores y a toda la comunidad del Cinvestav, cuya labor y dedicación permitieron concluir satisfactoriamente con esta etapa de mi vida.

Y por último, pero no por ello menos importante, al Conacyt, por el apoyo económico recibido durante la maestría y sin el cual este trabajo no hubiera podido realizarse.

## RESUMEN

En este trabajo se presenta el estudio de sensibilidad en el experimento Belle II del canal de decaimiento  $B^0 \rightarrow D^- \pi^- \mu^+ \mu^+$ , el cual no ha sido observado hasta la fecha. Este es el canal de cuatro cuerpos más prometedor para buscar indirectamente la producción de neutrinos de Majorana de masas intermedias. En caso de no ser observado en la próxima generación de fábricas de mesones B, se podrían establecer límites más restrictivos sobre el espacio de parámetros que caracteriza a dichos neutrinos. A partir de la simulación de decaimientos en el detector Belle II se definen regiones de exclusión en el espacio de parámetros de mezcla y masa del neutrino de Majorana.

## ABSTRACT

In this work, the sensitivity of the non-observed process  $B^0 \rightarrow D^- \pi^- \mu^+ \mu^+$  in the experiment Belle II is analyzed. This is the most promising 4-body decay to search Majorana neutrinos of intermediate mass. If the channel is not observed in the next generation of B-factories, it could be set more restrictive limits on the parameter space that characterizes these neutrinos. From simulated decays in Belle II, excluded regions in the Majorana neutrino parameter space are defined.

# Índice general

<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
<b>2. Naturaleza de la Masa de los Neutrinos</b>	<b>5</b>
2.1. El modelo electrodébil para leptones . . . . .	5
2.2. La matriz CKM . . . . .	16
2.3. Término de masa de Dirac y de Majorana . . . . .	20
2.4. Neutrinos de Majorana y violación de número leptónico . . . . .	25
<b>3. Procesos de Violación de Número Leptónico</b>	<b>27</b>
3.1. Amplitud de decaimiento leptónica para procesos con $\Delta L = 2$ . . . . .	27
3.2. La desintegración beta doble de núcleos . . . . .	30
3.3. Decaimientos con $\Delta L = 2$ en mesones . . . . .	33
3.4. El proceso $B^0 \rightarrow D^- \pi^- \ell^+ \ell^+$ . . . . .	35
<b>4. Belle II</b>	<b>43</b>
4.1. Luminosidad en SuperKEKB . . . . .	43
4.2. El detector Belle II . . . . .	45
4.3. El framework Basf2 . . . . .	53
<b>5. Análisis de Resultados</b>	<b>59</b>
5.1. Simulación y reconstrucción de señal . . . . .	59

---

5.2. Árboles de decisión con <i>boost</i> . . . . .	63
5.3. Eficiencia . . . . .	68
5.4. Estimación de ruido . . . . .	69
5.5. Sensibilidad en el BR del decaimiento $B^0 \rightarrow D^- \pi^- \mu^+ \mu^+$ . . . . .	70
<b>Conclusiones</b>	<b>75</b>
<b>A. Proyecciones Quirales de Partículas con Spin 1/2.</b>	<b>79</b>
<b>Referencias</b>	<b>81</b>

# Capítulo 1

## Introducción

En 1930, por medio de carta dirigida a un grupo de científicos reunidos en Tubinga, Alemania, Wolfgang Pauli postuló la existencia de una partícula neutra, de masa nula y de spin  $1/2$ , con el fin de explicar el espectro de energía del electrón observado en el decaimiento beta. El espectro aparentemente violaba el principio de conservación de la energía, presentando un comportamiento continuo en lugar de un valor fijo como se esperaría en un decaimiento a dos cuerpos, con uno de ellos en reposo. Tal decaimiento no pudo ser comprendido en su totalidad hasta que fue desarrollado un modelo satisfactorio del núcleo, primero con el descubrimiento del neutrón por Chadwick en 1930 [1] y posteriormente con el trabajo de Enrico Fermi [2], quien utilizó por primera vez el término de neutrino.

El éxito de la teoría de interacciones débiles de Fermi fue suficiente evidencia para iniciar una búsqueda experimental del neutrino, la cual se extendió por años sin tener éxito debido a que la sección de dispersión del neutrino es extremadamente pequeña. Fue hasta 1956 que F. Reines y C. Cowan [3] lograron detectar con éxito antineutrinos utilizando como fuente de partículas un reactor nuclear en Hanford, Washington. En 1957 M. Goldhaber, L. Grodzins y A. Sunyar [4] lograron medir exitosamente la helicidad del neutrino utilizando dispersión de rayos X, llegando a la conclusión de que el neutrino

presenta necesariamente helicidad izquierda. Con las observaciones de L. Lederman et al. en 1968 [5] se pudo confirmar que existen al menos dos tipos de neutrinos en la naturaleza, distinguiendo al neutrino del electrón del neutrino del muón, y en el 2001 la colaboración DONUT en Fermilab [6] reportó la detección de interacciones del neutrino del tau.

El Modelo Estándar considera al neutrino como una partícula sin carga, sin masa y sin color, razón por la cual sólo puede interactuar de manera débil con las demás partículas. Las observaciones más recientes han establecido de manera concluyente que son partículas con masa [7], proporcionando evidencia de física más allá del Modelo Estándar. Hasta la fecha se desconoce cual es el origen del término de masa que describe correctamente la fenomenología del neutrino. Las posibilidades de una extensión mínima del Modelo Estándar se reducen a ser una partícula de Dirac o de Majorana, dependiendo del término de masa que lo describe; cada una de estas posibilidades tiene consecuencias cruciales en modelos cosmológicos, en teorías que pretenden explicar la asimetría materia-antimateria y en posibles contribuciones de los neutrinos como componente de la materia oscura [8, 9].

Un mecanismo que se tiene para poner a prueba la naturaleza del neutrino es la violación del número leptónico  $L$  por dos unidades ( $\Delta L = 2$ ), por lo cual se ha realizado la búsqueda de procesos que cumplan con este requisito en los experimentos de las últimas décadas. Demostrar experimentalmente la existencia de un proceso de este tipo confirmaría el comportamiento del neutrino como una partícula de Majorana, esto debido al mecanismo de intercambio, no permitido dentro del modelo estándar, que produce la emisión de dos leptones del mismo signo [10]. Se ha estimado que la razón de decaimiento de procesos con  $\Delta L = 2$  debe ser muy pequeña [11], razón por la cual se requiere de una gran cantidad de eventos para su búsqueda.

Una *B-factory* es una máquina diseñada para producir mesones  $B$  en grandes cantidades, lo cual la coloca como una herramienta ideal para la búsqueda de procesos con

$\Delta L = 2$ . A finales del siglo XX dos *B-factories*, el experimento Belle y el experimento BaBar, obtuvieron una variada cantidad de resultados que llevaron a la confirmación experimental del sector de sabor del Modelo Estándar [12]. En particular, la presencia de violación CP en el sistema de mesones B fue establecida por BaBar y Belle simultáneamente en el 2001 por medio del proceso  $B^0 \rightarrow J/\psi K_S^0$ ; de esta y de otras observaciones se obtuvieron datos que confirmaron que el mecanismo de Kobayashi-Maskawa es el principal productor de violación CP observada en la física de partículas elementales, razón suficiente para conceder el premio Nobel de Física a M. Kobayashi y T. Maskawa en 2008.

Mas allá de los éxitos obtenidos por las *B-factories* aún existen preguntas fundamentales en la física de sabor de quarks y leptones, lo cual ha motivado a diseñar y construir máquinas que acumulen una cantidad aún mayor de datos conocidas como *Super-B factories*. De particular interés para el presente trabajo resalta la naturaleza de los neutrinos, que puede ser analizada en decaimientos de mesones *B* con violación de número leptónico, por lo cual se contempla la posibilidad de buscar el proceso  $B^0 \rightarrow D^- \pi^- \mu^+ \mu^+$  en la actualización que se está realizando dentro de Belle a una *super-B factory* conocida como Belle II.

En el capítulo 2 del presente trabajo se revisa el modelo electrodébil el cual, al estar dentro del modelo estándar, considera a los neutrinos como partículas sin masa. Se introduce la extensión mínima del modelo estándar que otorga masa a los neutrinos además de analizar los términos de masa de Dirac y de Majorana, así como la consecuencia de cada uno de ellos en el comportamiento de la partícula al ser introducidos en la densidad Lagrangiana.

En el capítulo 3 se estudia la fenomenología del neutrino pesado de Majorana y los observables que permiten acceso a sus características, resultando de particular interés la razón de decaimiento de un proceso, el cual involucra el intercambio de un neutrino de Majorana entre dos leptones del mismo signo.

---

En el capítulo 4 se hace una breve descripción del experimento Belle II, los detectores que lo constituyen y su funcionamiento. Así mismo se describe a nivel de software el framework de simulación y análisis del experimento, el cual es utilizado para generar eventos que permitan estimar la capacidad de observación del proceso de interés, dada la ausencia de colisiones en el acelerador hasta este momento.

Finalmente, en el capítulo 5 se describen las técnicas utilizadas para el análisis de datos y se determina la sensibilidad de la razón de decaimiento del canal  $B^0 \rightarrow D^- \pi^- \mu^+ \mu^+$  en el experimento Belle II. Con este resultado se obtienen límites en el parámetro de mezcla del neutrino de Majorana en función de la masa del mismo.

## Capítulo 2

# Naturaleza de la Masa de los Neutrinos

El modelo estándar de interacciones electrodébiles es la teoría desarrollada por Glashow, Salam y Weinberg [13] que describe las interacciones de leptones y quarks con los campos electromagnético y débil. Está basado en el grupo de norma  $SU_L(2) \times U(1)$ , con bosones de norma  $W_\mu^i$ ,  $i = 1, \dots, 3$ , y  $B_\mu$  para  $SU_L(2)$  y  $U(1)$ , respectivamente. En este modelo se considera al neutrino como una partícula sin carga, sin masa y sin color. Sin embargo, la oscilación de neutrinos ha proporcionado evidencia de que en parte esta hipótesis es incorrecta, ya que los neutrinos presentan masa. La naturaleza del neutrino depende del término de masa y es un problema abierto en la física de partículas.

### 2.1. El modelo electrodébil para leptones

A bajas energías la interacción entre corrientes es el resultado del intercambio de un bosón masivo cargado. Los datos experimentales de una gran cantidad de decaimientos leptónicos y semileptónicos son consistentes con la hipótesis de que los campos leptónicos

interactúan sólo en las formas bilineales

$$J_\alpha = \bar{\psi}_\ell \gamma_\alpha (1 - \gamma_5) \nu_\ell, \quad (2.1)$$

$$J_\alpha^\dagger = \bar{\nu}_\ell \gamma_\alpha (1 - \gamma_5) \psi_\ell, \quad (2.2)$$

donde  $\psi_\ell$  y  $\nu_\ell$  son espinores de cuatro componentes que representan a los campos de leptón y al neutrino del leptón, respectivamente. El término  $\bar{\psi}_\ell = \psi_\ell^\dagger \gamma_0$  se define como el adjunto de  $\psi_\ell$ . En lo subsecuente, la suma de los distintos sabores de los leptones  $\ell = e, \mu, \tau$  se da por entendida. Los elementos  $\gamma^\alpha$  son matrices de  $4 \times 4$  elementos [14]. En la representación de Dirac las matrices  $\gamma^\alpha$  están dadas por

$$\gamma_0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad \gamma_i = \begin{pmatrix} 0 & \tau_i \\ -\tau_i & 0 \end{pmatrix}, \quad (2.3)$$

$$\gamma_5 = i\gamma_0\gamma_1\gamma_2\gamma_3 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad (2.4)$$

siendo 1 y 0 las matrices unidad y nula de  $2 \times 2$  respectivamente y  $\tau_i$  las matrices de Pauli

$$\tau_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \tau_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \tau_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}. \quad (2.5)$$

La densidad Lagrangiana de interacción para procesos leptónicos de la forma

$$\mathcal{L}_{\text{int}} = \frac{g_w}{\sqrt{2}} \bar{\psi}_\ell \gamma_\alpha (1 - \gamma_5) \nu_\ell W_\alpha^\dagger + \text{h.c.}, \quad (2.6)$$

donde  $g_w$  es una constante de acoplamiento adimensional y el campo  $W_\alpha$  describe a los bosones  $W$ . Se definen ahora los espinores  $\psi_L$  y  $\psi_R$ , dados por

$$\psi_L = \frac{1}{2}(1 - \gamma_5)\psi, \quad \psi_R = \frac{1}{2}(1 + \gamma_5)\psi. \quad (2.7)$$

los cuales satisfacen la ecuación de eigenvalores

$$\gamma_5 \psi_{R,L} = \mp \psi_{L,R}. \quad (2.8)$$

Los eigenvectores  $\psi_{L,R}$  son llamados proyecciones quirales y los eigenvalores  $\mp 1$  de  $\gamma_5$  son llamados la quiralidad de  $\psi_{L,R}$ , siendo  $+1$  el valor correspondiente a la quiralidad izquierda y  $-1$  a la derecha [15]. Nótese que cualquier espinor  $\psi$  puede ser escrito como una suma de sus proyecciones quirales. De (2.6), se observa que en la densidad Lagrangiana de interacción el espinor del neutrino aparece en la forma funcional

$$\nu_\ell^L = \frac{1}{2}(1 - \gamma_5)\nu_\ell, \quad (2.9)$$

es decir, los neutrinos siempre representan estados quirales izquierdos. Esto último es consistente con el hecho de que no se han observado experimentalmente neutrinos con quiralidad derecha [4]. Al ser partículas de masa nula su quiralidad y helicidad coincide (véase el apéndice A) y en consecuencia los procesos que involucran neutrinos violan la simetría de paridad ya que sus vectores de spin siempre estarán alineados en dirección opuesta al movimiento [16].

A pesar de describir con éxito procesos leptónicos simples, la densidad Lagrangiana (2.6) presenta el problema de ser no-renormalizable, por lo cual debe ser reformulada como una teoría de norma. Para conservar la inexistencia en el SM de neutrinos con quiralidad derecha se define el doblete

$$\Psi_\ell^L = \begin{pmatrix} \nu_\ell^L \\ \psi_\ell^L \end{pmatrix}, \quad (2.10)$$

de modo que es posible escribir la densidad Lagrangiana de leptones libres, por ahora considerados sin masa, de la forma

$$\mathcal{L}_0 = i \left[ \bar{\Psi}_\ell^L \not{\partial} \Psi_\ell^L + \bar{\psi}_\ell^R \not{\partial} \psi_\ell^R \right], \quad (2.11)$$

en donde se ha utilizado la notación de Feynman  $\not{\partial} = \gamma^\mu \partial_\mu$ , la suma se realiza sobre los sabores  $\ell = e, \mu, \tau$  y las proyecciones de quiralidad derecha actúan como singletes. Se consideran ahora las transformaciones de norma  $SU_L(2)$

$$\begin{aligned} \Psi_\ell^L &\rightarrow \Psi_\ell'^L = \exp[i g \tau_j \omega_j / 2] \Psi_\ell^L, \\ \psi_\ell^R &\rightarrow \psi_\ell'^R = \psi_\ell^R, \end{aligned} \quad (2.12)$$

donde  $\omega_j$ ,  $j = 1, 2, 3$ , son funciones reales diferenciables del espacio-tiempo,  $\tau_j$  son las matrices de Pauli y  $g$  es una constante de acoplamiento. Se ha considerado que los singletes son invariantes ante cualquier transformación de norma de  $SU_L(2)$ . Para garantizar la invariancia de la densidad Lagrangiana (2.11) ante las transformaciones (2.12) se reemplaza la derivada ordinaria por la derivada covariante

$$\partial^\mu \Psi_\ell^L \rightarrow D^\mu \Psi_\ell^L = \left[ \partial^\mu + ig\tau_j W_j^\mu / 2 \right] \Psi_\ell^L, \quad (2.13)$$

de modo que, junto con la transformación de norma del campo  $W_i^\mu$

$$W_i^\mu \rightarrow W_i'^\mu = W_i^\mu - \partial^\mu \omega_i - g\epsilon_{ijk}\omega_j W_k^\mu, \quad (2.14)$$

la densidad Lagrangiana se conserva invariante ante (2.12). Del mismo modo, se realizan las transformaciones de fase locales de  $U(1)$

$$\begin{aligned} \Psi_\ell^L &\rightarrow \Psi_\ell'^L = \exp[ig'Y^L f] \Psi_\ell^L, \\ \psi_\ell^R &\rightarrow \psi_\ell'^R = \exp[ig'Y^R f] \psi_\ell^R, \end{aligned} \quad (2.15)$$

donde  $g'$  es una constante real,  $f$  es una función diferenciable real del espacio-tiempo y  $Y^L$ ,  $Y^R$  son las hipercargas débiles de los dobletes y singletes. Nuevamente, para mantener la invariancia de la densidad Lagrangiana (2.11) es necesario introducir una derivada covariante dada por

$$\begin{aligned} \partial^\mu \Psi_\ell^L &\rightarrow D^\mu \Psi_\ell^L = [\partial^\mu + ig'Y^L B^\mu] \Psi_\ell^L, \\ \partial^\mu \psi_\ell^R &\rightarrow D^\mu \psi_\ell^R = [\partial^\mu + ig'Y^R B^\mu] \psi_\ell^R, \end{aligned} \quad (2.16)$$

y considerar la transformación del campo de norma

$$B^\mu \rightarrow B'^\mu = B^\mu - \partial^\mu f, \quad (2.17)$$

de modo que la densidad Lagrangiana (2.11) sea invariante ante tales transformaciones. En el caso de los dobletes leptónicos la hipercarga débil adquiere el valor  $Y^L = -1/2$ ,

mientras que  $Y^R = -1$  corresponde a la hipercarga para los singletes [17, 18]. Reemplazando las derivadas covariantes (2.13) y (2.16) en (2.11) se obtiene la densidad Lagrangiana invariante de norma ante  $SU_L(2) \times U(1)$

$$\mathcal{L}_L = i \left[ \bar{\Psi}_\ell^L \not{D} \Psi_\ell^L + \bar{\psi}_\ell^R \not{D} \psi_\ell^R \right], \quad (2.18)$$

en donde la derivada covariante aplica para los dobletes como

$$D^\mu \Psi_\ell^L = \left[ \partial^\mu + ig\tau_j W_j^\mu/2 - ig' B^\mu/2 \right] \Psi_\ell^L, \quad (2.19)$$

y en el caso de los singletes

$$D^\mu \psi_\ell^R = \left[ \partial^\mu - ig' B^\mu \right] \psi_\ell^R. \quad (2.20)$$

Nótese que (2.18) se puede escribir como

$$\mathcal{L}_L = \mathcal{L}_0 + \mathcal{L}_I, \quad (2.21)$$

donde  $\mathcal{L}_0$  es la densidad Lagrangiana (2.11) y

$$\mathcal{L}_I = -gJ_i^\mu W_{i\mu} - g' J_Y^\mu B_\mu, \quad (2.22)$$

representa la interacción entre los campos de norma  $W_{i\mu}$  y  $B_\mu$  con las corrientes de isospin débil  $J_i^\mu$  y la corriente de hipercarga débil  $J_Y^\mu$ . Estas últimas se obtienen como cantidades conservadas a consecuencia de la invariancia de la densidad Lagrangiana ante las transformaciones globales de  $SU_L(2)$  y  $U(1)$ , y están dadas por

$$J_i^\mu = \frac{1}{2} \bar{\Psi}_\ell^L \gamma^\mu \tau_i \Psi_\ell^L; \quad i = 1, \dots, 3, \quad (2.23)$$

$$J_Y^\mu = -\frac{1}{2} \bar{\Psi}_\ell^L \gamma^\mu \Psi_\ell^L - \bar{\psi}_\ell^R \gamma^\mu \psi_\ell^R. \quad (2.24)$$

A partir de (2.23) se pueden escribir las corrientes leptónicas  $J^\mu$  y  $J^{\mu\dagger}$  que generan la densidad Lagrangiana (2.6) de la teoría IVB

$$\begin{aligned} J^\mu &= [J_1^\mu - iJ_2^\mu] = \bar{\psi}_\ell^L \gamma^\mu \nu_\ell^L, \\ J^{\mu\dagger} &= [J_1^\mu + iJ_2^\mu] = \nu_\ell^L \gamma^\mu \psi_\ell^L, \end{aligned} \quad (2.25)$$

además de introducir los campos de norma

$$\begin{aligned} W_\mu &= \frac{1}{\sqrt{2}} [W_{1\mu} - iW_{2\mu}], \\ W_\mu^\dagger &= \frac{1}{\sqrt{2}} [W_{1\mu} + iW_{2\mu}]. \end{aligned} \quad (2.26)$$

Por conveniencia se definen los campos  $A_\mu$  y  $Z_\mu$  relacionados con  $W_{3\mu}$  y  $B_\mu$  por medio de las combinaciones lineales

$$\begin{aligned} W_{3\mu} &= \cos \theta_W Z_\mu + \sin \theta_W A_\mu, \\ B_\mu &= -\sin \theta_W Z_\mu + \cos \theta_W A_\mu, \end{aligned} \quad (2.27)$$

en donde  $\theta_W$  se conoce como el ángulo de mezcla débil, introducido para permitir una elección libre en la magnitud de la interacción de los tripletes y singletes. A partir de (2.22) y de la forma funcional de la corriente electromagnética  $s^\mu = -e\bar{\psi}_\ell \gamma^\mu \psi_\ell$ , siendo  $e$  la constante fundamental de carga, se tiene que, para asociar el campo  $A_\mu$  definido en (2.27) con el campo electromagnético, se requiere satisfacer la condición

$$g \sin \theta_W = g' \cos \theta_W = e, \quad (2.28)$$

de donde se puede despejar la constante  $g'$ . Así, sustituyendo (2.26) y (2.27) en (2.23) y (2.24), y posteriormente en (2.22) se obtiene la densidad Lagrangiana invariante ante  $SU_L(2) \times U(1)$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_I &= -s^\mu A_\mu - \frac{g}{\sqrt{2}} [J^{\mu\dagger} W_\mu + J^\mu W_\mu^\dagger] \\ &\quad + \frac{g}{\cos \theta_W} [\bar{\psi}_\ell^L \gamma^\mu (\frac{1}{2} - \sin^2 \theta_W) \psi_\ell^L - \frac{1}{2} \bar{\nu}_\ell^L \gamma^\mu \nu^L - \bar{\psi}_\ell^R \gamma^\mu (\sin^2 \theta_W) \psi_\ell^R] Z_\mu, \end{aligned} \quad (2.29)$$

la cual fue introducida por primera vez en 1961 por Glashow [18]. El primer término de (2.29) obtenido de imponer la condición (2.28) describe la interacción electromagnética. El segundo término corresponde con la interacción de la teoría IVB y los cuantos asociados a los campos  $W$  y  $W^\dagger$  son los bosones de norma  $W^+$  y  $W^-$ , respectivamente. El tercer término representa una corriente neutra acoplada con el campo vectorial  $Z_\mu$ , cuyos cuantos asociados son los bosones de norma  $Z^0$ .

La densidad Lagrangiana (2.18) asocia leptones libres y sus interacciones con los campos de norma. Una descripción completa del modelo requiere agregar términos invariantes ante transformaciones de  $SU_L(2) \times U(1)$  que determinen el comportamiento de los campos de norma en ausencia de leptones. Al igual que con la descripción de los leptones por ahora se asumirá que los bosones de norma son de masa nula. La densidad Lagrangiana invariante ante las transformaciones (2.12) y (2.15) que describe la interacción de los campos de norma está dada por

$$\mathcal{L}_B = -\frac{1}{4}B_{\mu\nu}B^{\mu\nu} - \frac{1}{4}G_{i\mu\nu}G_i^{\mu\nu}, \quad (2.30)$$

donde  $B_{\mu\nu} = \partial^\nu B^\mu - \partial^\mu B^\nu$  y  $G_i^{\mu\nu}$  es un tensor dado por

$$G_i^{\mu\nu} = \partial^\nu W_i^\mu - \partial^\mu W_i^\nu + g\epsilon_{ijk}W_j^\mu W_k^\nu, \quad (2.31)$$

introducido para garantizar la invariancia ante (2.12). Definiendo el tensor  $F_i^{\mu\nu} = \partial^\nu W_i^\mu - \partial^\mu W_i^\nu$  y sustituyendo (2.31) en (2.30) se obtiene

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_B = & -\frac{1}{4}B_{\mu\nu}B^{\mu\nu} - \frac{1}{4}F_{i\mu\nu}F_i^{\mu\nu} + g\epsilon_{ijk}W_{i\mu}W_{j\mu}\partial^\mu W_k^\nu \\ & - \frac{1}{4}g^2\epsilon_{ijk}\epsilon_{ilm}W_j^\mu W_k^\nu W_{\psi\ell\mu}W_{m\nu}, \end{aligned} \quad (2.32)$$

o bien, en términos del tensor de Faraday  $F^{\mu\nu}$  dado por

$$F^{\mu\nu} = \partial^\nu A^\mu - \partial^\mu A^\nu, \quad (2.33)$$

del tensor

$$Z^{\mu\nu} = \partial^\nu Z^\mu - \partial^\mu Z^\nu, \quad (2.34)$$

y de

$$F_W^{\mu\nu} = \partial^\nu W^\mu - \partial^\mu W^\nu, \quad (2.35)$$

es posible escribir (2.32) en la siguiente forma

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_B = & -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} - \frac{1}{2}F_{W\mu\nu}F_W^{\mu\nu} - \frac{1}{4}Z_{\mu\nu}Z^{\mu\nu} + g\epsilon_{ijk}W_{i\mu}W_{j\mu}\partial^\mu W_k^\nu \\ & - \frac{1}{4}g^2\epsilon_{ijk}\epsilon_{ilm}W_j^\mu W_k^\nu W_{\psi\ell\mu}W_{m\nu}, \end{aligned} \quad (2.36)$$

es decir, los primeros tres términos de (2.36) corresponden a la densidad Lagrangiana de un campo libre con masa nula, spin uno y bosones de norma  $\gamma$ ,  $W^\pm$  y  $Z^0$ . Los términos restantes describen interacciones entre los campos de norma.

Hasta este punto en el desarrollo de la teoría se ha considerado que los todos los leptones y los bosones de norma son partículas de masa nula, esto con el fin de mantener la invariancia ante transformaciones locales de  $SU_L(2) \times U(1)$ . Sin embargo la experiencia en los laboratorios coincide en que esta hipótesis es incorrecta, por lo que es necesario introducir términos de masa para los leptones  $\psi_\ell = e, \mu, \tau$ , los bosones  $W^\pm$  y  $Z^0$ . Ejemplos de términos de masa son

$$m\bar{\psi}\psi, \quad m_W^2 W_\mu^\dagger W^\mu, \quad m_Z^2 Z_\mu Z^\mu, \quad \text{etc.}$$

La adición directa de estos términos a la densidad Lagrangiana viola la invariancia ante las transformaciones (2.12) y (2.15), por lo que es necesario un mecanismo más sofisticado para generar la masa de las partículas mientras se mantiene a la teoría renormalizable [19]. Se define un doblete

$$\Phi = \begin{pmatrix} \phi_a \\ \phi_b \end{pmatrix}, \quad (2.37)$$

donde  $\phi_a$  y  $\phi_b$  son campos escalares complejos. El doblete  $\Phi$  se conoce en la literatura como campo de Higgs y transforma bajo  $SU_L(2)$  de la misma forma que el doblete  $\Psi_\ell^L$

$$\Phi \rightarrow \Phi' = \exp[ig\tau_j\omega_j/2]\Phi, \quad (2.38)$$

mientras que, bajo las transformaciones de  $U(1)$

$$\Phi \rightarrow \Phi' = \exp[ig'Yf]\Phi, \quad (2.39)$$

donde  $Y$  es la hipercarga débil del campo  $\Phi$ . Además de las densidades Lagrangianas (2.18) y (2.36) se debe incluir en el modelo una densidad  $\mathcal{L}_H$  que sea invariante ante las

transformaciones  $SU_L(2) \times U(1)$ , que contenga a  $\Phi$  y sus interacciones con los campos de norma. La densidad  $\mathcal{L}_H$  que satisface estas condiciones está dada por

$$\mathcal{L}_H = [D^\mu \Phi]^\dagger [D_\mu \Phi] - \mu^2 \Phi^\dagger \Phi - \lambda [\Phi^\dagger \Phi]^2, \quad (2.40)$$

con la derivada covariante definida como

$$D^\mu \Phi = \left[ \partial^\mu + ig\tau_j W_j^\mu / 2 + ig' Y B^\mu \right] \Phi. \quad (2.41)$$

El potencial escalar de la densidad de energía asociada a (2.40) es

$$V(\Phi) = \mu^2 \Phi^\dagger \Phi + \lambda [\Phi^\dagger \Phi]^2. \quad (2.42)$$

Si  $\mu^2 > 0$  y  $\lambda > 0$ , entonces la configuración de mínima energía ocurre cuando  $\Phi^\dagger \Phi = 0$ , situación en la cual se conserva la simetría  $SU_L(2) \times U(1)$  en el estado base. Ahora, si  $\mu^2 < 0$ , el mínimo de potencial ocurre en  $\Phi = \Phi_0$ , en donde

$$\Phi_0^\dagger \Phi_0 = -\frac{\mu^2}{2\lambda}, \quad (2.43)$$

es decir, el valor de expectación en el vacío de  $\Phi$  corresponde a una infinidad de estados degenerados  $\Phi_0$ . Si el sistema elige cualquiera de estos estados la simetría  $SU_L(2) \times U(1)$  se rompe. Sin pérdida de generalidad, es posible que el campo de Higgs adquiera espontáneamente el valor

$$\Phi_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ v/\sqrt{2} \end{pmatrix}, \quad v = (-\mu^2/\lambda)^{1/2}, \quad (2.44)$$

el cual rompe la simetría  $SU_L(2)$  de la densidad Lagrangiana  $\mathcal{L}_H$ . Sin embargo, al asignar el valor  $Y = 1/2$  a la hipercarga débil del campo de Higgs se conserva la simetría ante transformaciones de  $U(1)$ , esto con el fin de no proporcionar masa al fotón además de preservar la conservación de la carga eléctrica. El campo de Higgs en general puede describirse a partir del valor de expectación del vacío

$$\Phi = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v + H \end{pmatrix}, \quad (2.45)$$

donde  $H$  es una perturbación alrededor del mínimo  $\Psi_0$ . Generar los términos de masa de los leptones requiere que el campo de Higgs interactue con los campos leptónicos por medio de acoplamientos de Yukawa, descritos en la densidad Lagrangiana

$$\mathcal{L}_{LH} = -g_\ell \left[ \bar{\Psi}_\ell^L \Phi \psi_\ell^R + \bar{\psi}_\ell^R \Phi^\dagger \Psi_\ell^L \right], \quad (2.46)$$

la cual es invariante ante transformaciones de norma de  $SU_L(2) \times U(1)$ .

De este modo, se tiene finalmente la densidad Lagrangiana invariante de norma que describe a las interacciones electrodébiles

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_L + \mathcal{L}_B + \mathcal{L}_H + \mathcal{L}_{LH}, \quad (2.47)$$

o bien, de las expresiones (2.18), (2.30), (2.40), y (2.46)

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & i \left[ \bar{\Psi}_\ell^L \not{D} \Psi_\ell^L + \bar{\psi}_\ell^R \not{D} \psi_\ell^R \right] \\ & + \left[ -\frac{1}{4} B_{\mu\nu} B^{\mu\nu} - \frac{1}{4} G_{i\mu\nu} G_i^{\mu\nu} \right] \\ & + [D^\mu \Phi]^\dagger [D_\mu \Phi] - \mu^2 \Phi^\dagger \Phi - \lambda \left[ \Phi^\dagger \Phi \right]^2 \\ & - g_\ell \left[ \bar{\Psi}_\ell^L \psi_\ell^R \Phi + \Phi^\dagger \bar{\psi}_\ell^R \Psi_\ell^L \right]. \end{aligned} \quad (2.48)$$

Al asignar el valor del campo de Higgs (2.45) en (2.47) se induce el rompimiento espontaneo de la simetría  $SU_L(2) \times U(1) \rightarrow U(1)$ . Después del rompimiento la densidad Lagrangiana del modelo electrodébil en términos de los campos  $W^\mu$ ,  $Z^\mu$  y  $A^\mu$  es

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & \bar{\psi}_\ell (i\not{\partial} - m_\ell) \psi_\ell - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} \\ & - \frac{1}{2} F_{W\mu\nu}^\dagger F_W^{\mu\nu} + m_W^2 W_\mu^\dagger W^\mu \\ & - \frac{1}{4} Z_{\mu\nu} Z^{\mu\nu} + \frac{1}{2} m_Z^2 Z_\mu Z^\mu \\ & + \frac{1}{2} (\partial^\mu H) (\partial_\mu H) - \frac{1}{2} m_H^2 H^2 \\ & + \mathcal{L}_I^{LB} + \mathcal{L}_I^{BB} + \mathcal{L}_I^{HH} + \mathcal{L}_I^{HB} + \mathcal{L}_I^{HL}, \end{aligned} \quad (2.49)$$

donde  $F^{\mu\nu}$ ,  $Z^{\mu\nu}$  y  $F_W^{\mu\nu}$  están definidos en (2.33), (2.34) y (2.35) respectivamente, los valores que aparecen en los términos de masa están relacionados con las constantes

definidas previamente

$$\begin{aligned} m_W &= vg/2, & m_Z &= m_W / \cos \theta_W, \\ m_\ell &= vg_\ell / \sqrt{2}, & m_H &= \sqrt{(-2\mu^2)}, \end{aligned} \quad (2.50)$$

y las densidades de interacción están dadas por

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_I^{LB} &= e\bar{\psi}_\ell \gamma^\mu \psi_\ell A^\mu \\ &\quad - \frac{g}{2\sqrt{2}} \left[ \bar{\nu}_\ell \gamma^\mu (1 - \gamma_5) \psi_\ell W_\mu + \bar{\psi}_\ell \gamma^\mu (1 - \gamma_5) \nu_\ell W_\mu^\dagger \right] \\ &\quad - \frac{g}{4 \cos \theta_W} \bar{\nu}_\ell \gamma^\mu (1 - \gamma_5) \nu_\ell Z_\mu \\ &\quad + \frac{g}{4 \cos \theta_W} \bar{\psi}_\ell \gamma^\mu (1 - 4 \sin^2 \theta_W - \gamma_5) \psi_\ell Z_\mu, \end{aligned} \quad (2.51)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_I^{BB} &= ig \cos \theta_W [(W_\mu^\dagger) W_\nu - W_\nu^\dagger W_\mu] \partial^\mu Z^\nu \\ &\quad + (\partial_\mu W_\nu - \partial_\nu W_\mu) W^{\dagger\mu} Z^\nu - (\partial_\mu W_\nu^\dagger - \partial_\nu W_\mu^\dagger) W^\mu Z^\nu \\ &\quad + ie [(W_\mu^\dagger) W_\nu - W_\nu^\dagger W_\mu] \partial^\mu Z^\nu \\ &\quad + (\partial_\mu W_\nu - \partial_\nu W_\mu) W^{\dagger\mu} Z^\nu - (\partial_\mu W_\nu^\dagger - \partial_\nu W_\mu^\dagger) W^\mu Z^\nu \\ &\quad + g^2 \cos^2 \theta_W [W_\mu W_\nu^\dagger Z^\mu Z^\nu - W_\nu W^{\dagger\nu} Z_\mu Z^\mu] \\ &\quad + e^2 [W_\mu W_\nu^\dagger A^\mu A^\nu - W_\nu W^{\dagger\nu} A_\mu A^\mu] \\ &\quad + eg \cos \theta_W [W_\mu W_\nu^\dagger (Z^\mu A^\nu + A^\mu Z^\nu) - 2W_\nu W^{\dagger\nu} A_\mu Z^\mu] \\ &\quad + \frac{1}{2} g^2 W_\mu^\dagger W_\nu [W^{\dagger\mu} W^\nu - W^\mu W^{\dagger\nu}], \end{aligned} \quad (2.52)$$

$$\mathcal{L}_I^{HH} = -\frac{1}{4} \lambda H^4 - \lambda v H^3, \quad (2.53)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_I^{HB} &= \frac{1}{2} vg^2 W_\mu^\dagger W^\mu H + \frac{1}{4} g^2 W_\mu^\dagger W^\mu H^2 \\ &\quad + \frac{vg^2}{4 \cos^2 \theta_W} Z_\mu Z^\mu H + \frac{g^2}{8 \cos^2 \theta_W} Z_\mu Z^\mu H^2, \end{aligned} \quad (2.54)$$

$$\mathcal{L}_I^{HL} = -\frac{1}{v} m_\ell \bar{\psi}_\ell \psi_\ell H. \quad (2.55)$$

Históricamente, la determinación del ángulo  $\theta_W$  permitió poner a prueba el modelo electrodébil. De acuerdo a los resultados experimentales [20] el valor del ángulo de mezcla es

$$\sin^2 \theta_W = 0.23122 \pm 0.00015, \quad (2.56)$$

y por lo tanto el modelo predice la relación entre las masas de los bosones  $W$  y  $Z^0$  por medio de (2.50). Los valores obtenidos de las mediciones [20]

$$m_W = 80.4 \text{ GeV}, \quad m_Z = 91.19 \text{ GeV}, \quad (2.57)$$

dan soporte experimental a la teoría al validar que la relación (2.50) es correcta.

## 2.2. La matriz CKM

En la sección anterior se desarrolló el modelo de interacción electrodébil entre los bosones de norma y leptones, estructurando a estos últimos como dobletes para las proyecciones quirales izquierdas y singletes para las derechas. Una teoría completa requiere la inclusión de la interacción de los bosones de norma con los seis quarks que existen en el Modelo Estándar, los cuales al ser partículas de spin 1/2 pueden ser representados por espinores y sólo difieren con los leptones en el hecho de que todos los quarks tienen masa y carga, por lo cual ningún quark presenta sólo estados quirales izquierdos como en el caso de los neutrinos. La forma de trabajar en el modelo electrodébil con los quarks es introduciendo tres dobletes  $Q_i^L$  con  $i = 1, \dots, 3$  definidos por

$$Q_1^L = \begin{pmatrix} u^L \\ d^L \end{pmatrix}, \quad Q_2^L = \begin{pmatrix} c^L \\ s^L \end{pmatrix}, \quad Q_3^L = \begin{pmatrix} t^L \\ b^L \end{pmatrix}, \quad (2.58)$$

y seis singletes  $u_i^R$  y  $d_i^R$ , con  $u_i = u, c, t$  y  $d_i = d, s, b$  clasificando a los quarks con el índice por familia. La notación es consistente con la teoría desarrollada para leptones en el sentido de que  $u_i^L$  y  $u_i^R$  representan las proyecciones quirales izquierda y derecha de los quarks con carga  $q = 2/3$ ,  $d_i^L$  y  $d_i^R$  representan las proyecciones quirales izquierda

y derecha de los quarks con carga  $q = -1/3$ , además de que los dobletes y singletes transforman bajo  $SU_L(2)$  del mismo modo que en (2.12), es decir

$$\begin{aligned} Q_i^L &\rightarrow Q_i'^L = \exp[ig\tau_j\omega_j/2]Q_i^L, \\ u_i^R &\rightarrow u_i'^R = u_i^R, \\ d_i^R &\rightarrow d_i'^R = d_i^R, \end{aligned} \quad (2.59)$$

y del mismo modo que en (2.15) las transformaciones de norma asociadas con la simetría  $U(1)$  son

$$\begin{aligned} Q_i^L &\rightarrow Q_i'^L = \exp[ig'Y^L f]Q_i^L, \\ u_i^R &\rightarrow u_i'^R = \exp[ig'Y_u^R f]u_i^R, \\ d_i^R &\rightarrow d_i'^R = \exp[ig'Y_d^R f]d_i^R. \end{aligned} \quad (2.60)$$

Para construir la densidad Lagrangiana que describa la interacción de quarks con los campos de norma se parte de considerar a los quarks como partículas sin masa, de modo que análogamente a (2.18) se tiene, respetando la convención de suma de índices repetidos

$$\mathcal{L}_Q = i \left[ \bar{Q}_i^L \not{D} Q_i^L + \bar{u}_i^R \not{D} u_i^R + \bar{d}_i^R \not{D} d_i^R \right], \quad (2.61)$$

en donde se ha utilizado la derivada covariante para los dobletes

$$D^\mu Q_i^L = \left[ \partial^\mu + ig\tau_j W_j^\mu / 2 + ig'Y^L B^\mu \right] Q_i^L, \quad (2.62)$$

y para de los singletes

$$D^\mu u_i^R = \left[ \partial^\mu - ig'Y_u^R B^\mu \right] u_i^R, \quad (2.63)$$

$$D^\mu d_i^R = \left[ \partial^\mu - ig'Y_d^R B^\mu \right] d_i^R, \quad (2.64)$$

con el fin de, por medio de la transformación de norma de los campos (2.14) y (2.17), mantener a (2.61) invariante ante las transformaciones (2.59) y (2.61). La hipercarga debil para los dobletes adquiere el valor  $Y^L = 1/6$ , mientras que  $Y_u^R = 2/3$  y  $Y_d^R = -1/3$  son los valores correspondientes a los singletes [17, 18]. Sustituir las derivadas covariantes en (2.61) genera los acoplamientos de los campos bosónicos con los quarks, por lo cual

al unir con lo obtenido en (2.29) se tiene la densidad lagrangiana para leptones y quarks sin masa

$$\begin{aligned}
\mathcal{L} = & i \left[ \bar{Q}_i^L \not{\partial} Q_i^L + \bar{u}_i^R \not{\partial} u_i^R + \bar{d}_i^R \not{\partial} d_i^R \right] \\
& + i \left[ \bar{\Psi}_\ell^L \not{\partial} \Psi_\ell^L + \bar{\psi}_\ell^R \not{\partial} \psi_\ell^R \right] \\
& + \frac{g}{\sqrt{2}} (W_\mu J^{\mu\dagger} + W_\mu^\dagger J^\mu) + \frac{g}{\cos \theta_W} J_Z^\mu Z_\mu \\
& + A_\mu s^\mu,
\end{aligned} \tag{2.65}$$

en donde

$$J^\mu = \bar{\nu}_\ell^L \gamma^\mu \psi_\ell^L + \bar{u}_i^L \gamma^\mu d_i^L, \tag{2.66}$$

$$J^{\mu\dagger} = \bar{\psi}_\ell^L \gamma^\mu \nu_\ell^L + \bar{d}_i^L \gamma^\mu u_i^L, \tag{2.67}$$

la corriente neutra es

$$\begin{aligned}
J_Z^\mu = & \frac{1}{2} \bar{\nu}_\ell^L \gamma^\mu \nu_\ell^L - \bar{\psi}_\ell^L \gamma^\mu u (\frac{1}{2} - \sin^2 \theta_W) \psi_\ell^L + \bar{\psi}_\ell^R \gamma^\mu (\sin^2 \theta_W) \psi_\ell^R \\
& + \bar{u}_i^L \gamma^\mu (\frac{1}{2} - \frac{2}{3} \sin^2 \theta_W) u_i^L - \frac{2}{3} \bar{u}_i^R \gamma^\mu (\sin^2 \theta_W) u_i^R \\
& - \bar{d}_i^L \gamma^\mu (\frac{1}{2} - \frac{1}{3} \sin^2 \theta_W) d_i^L + \frac{1}{3} \bar{d}_i^R \gamma^\mu (\sin^2 \theta_W) d_i^R,
\end{aligned} \tag{2.68}$$

y la corriente electromagnética está dada por

$$s^\mu = -e \bar{\psi}_\ell \gamma^\mu \psi_\ell + \frac{2}{3} e \bar{u}_i \gamma^\mu u_i - \frac{1}{3} \bar{d}_i \gamma^\mu d_i. \tag{2.69}$$

Generar la masa de los quarks requiere del mismo mecanismo utilizado con los leptones al acoplar los espinores con el campo de Higgs (2.37), con la diferencia de que en este caso ambas componentes del doblete  $Q_i^L$  representan a partículas con masa. El acoplamiento más general que es invariante de norma ante  $SU_L(2) \times U(1)$  y que permite generar términos de masa para ambas componentes del doblete es

$$\mathcal{L}_{HQ} = -\lambda_d^{ij} \bar{Q}_i^L \Phi d_j^R - \lambda_u^{ij} \epsilon^{ab} \bar{Q}_{ia}^L \Phi_b^\dagger u_j^R + \text{h.c.}, \tag{2.70}$$

donde  $\epsilon^{ab}$  es el símbolo de Levi-Civita,  $\lambda_d$  y  $\lambda_u$  son matrices complejas. Es posible simplificar la forma funcional de (2.70) diagonalizando las matrices  $\lambda_d$  y  $\lambda_u$ . En efecto,

definiendo matrices unitarias  $U_u$  y  $V_u$  tales que

$$\lambda_u \lambda_u^\dagger = U_u D_u^2 U_u^\dagger, \quad \lambda_u^\dagger \lambda_u = V_u D_u^2 V_u^\dagger, \quad (2.71)$$

donde  $D_u$  es una matriz diagonal con elementos positivos. Entonces

$$\lambda_u = U_u D_u V_u^\dagger. \quad (2.72)$$

Del mismo modo es posible definir  $U_d$  y  $V_d$ , matrices unitarias, tales que

$$\lambda_d = U_d D_d V_d^\dagger. \quad (2.73)$$

Ahora, si en las componentes quirales de los quarks se realiza el cambio de base

$$\begin{aligned} u_i^L &\rightarrow U_u^{ij} u_j^L, & d_i^L &\rightarrow U_d^{ij} d_j^L, \\ u_i^R &\rightarrow V_u^{ij} d_j^L, & d_i^R &\rightarrow V_d^{ij} d_j^R, \end{aligned} \quad (2.74)$$

entonces, después del rompimiento de simetría  $SU_L(2) \times U(1) \rightarrow U(1)$  inducido por (2.45), la densidad Lagrangiana (2.70) adquiere la forma estándar

$$\mathcal{L}_{HQ} = -m_d^i \bar{d}_i^L d_i^R \left(1 + \frac{H}{v}\right) - m_u^i \bar{u}_i^L u_i^R \left(1 + \frac{H}{v}\right) + \text{h.c.}, \quad (2.75)$$

en donde la suma se realiza sobre el índice  $i = 1, \dots, 3$  y los términos de masa están dados, sin suma en el índice, por

$$m_u^i = \frac{1}{\sqrt{2}} D_u^{ii} v, \quad m_d^i = \frac{1}{\sqrt{2}} D_d^{ii} v, \quad (2.76)$$

es decir, con el cambio de base los espinores se comportan como eigenestados de masa. Nótese que (2.74) conserva a la densidad Lagrangiana (2.65) invariante, excepto en los términos  $J^\mu$  acoplados a los campos  $W_\mu$  y  $W_\mu^\dagger$  ya que, despreciando por ahora los términos leptónicos de (2.66) y (2.67), el cambio de base genera

$$\begin{aligned} J^\mu &= \bar{u}_i^L \gamma^\mu d_i^L \rightarrow \bar{u}_i^L \gamma^\mu \left( U_u^\dagger U_d \right)^{ij} d_j^L, \\ J^{\mu\dagger} &= \bar{d}_i^L \gamma^\mu u_i^L \rightarrow \bar{d}_i^L \gamma^\mu \left( U_d^\dagger U_u \right)^{ij} u_j^L, \end{aligned} \quad (2.77)$$

en consecuencia, al cuantizar el intercambio de bosones  $W^\pm$  permite interacciones entre quarks de distinto sabor mediadas por la matriz unitaria

$$V = U_u^\dagger U_d, \quad (2.78)$$

la cual se conoce como matriz de mezcla de Cabibbo-Kobayashi-Maskawa [21, 22], o simplemente matriz de mezcla CKM. Los elementos de la matriz suelen denotarse con los sabores de los quarks que intervienen con el elemento de mezcla

$$V = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix}, \quad (2.79)$$

y el valor de todos sus elementos ha sido determinado hasta cierta precisión recopilando datos de muchos experimentos [12].

### 2.3. Término de masa de Dirac y de Majorana

Como se ha descrito con anterioridad, en el Modelo Estándar se considera al neutrino como una partícula de masa nula. La propuesta de Gribov y Pontecorvo sobre la mezcla de sabores de neutrinos [23] proporciona un mecanismo para medir indirectamente la diferencia en la masa de neutrinos de distinto sabor, en caso de que estos tengan masa. Las observaciones que confirman oscilaciones en los sabores de los neutrinos [24, 25] pueden ser explicadas si estos son partículas masivas [23, 26]. En el caso de considerar neutrinos con  $m > 0$  es necesario introducir un término de masa en la densidad Lagrangiana, para lo cual se requieren proyecciones quirales derechas de neutrinos. Una de las extensiones del Modelo Estándar con neutrinos masivos utiliza tres generaciones de dobletes con quiralidad izquierda y  $n$  singletes con quiralidad derecha

$$\Psi_i^L = \begin{pmatrix} \nu_i^L \\ \psi_i^L \end{pmatrix}, \quad N_j^R, \quad (2.80)$$

con  $i = e, \mu, \tau$ ;  $j = 1, \dots, n$ . El acoplamiento de Yukawa invariante ante las transformaciones de norma de  $SU_L(2) \times U(1)$  que permite generar términos de masa para los leptones está dado por

$$\mathcal{L}_{LH} = -\lambda_\ell^{ij} \bar{\Psi}_i^L \Phi \psi_j^R - i \lambda_\nu^{ij} \epsilon^{ab} \bar{\Psi}_{ia}^L \Phi_d^\dagger N_j^R + \text{h.c.} \quad (2.81)$$

Así, después de que el campo de Higgs  $\Phi$  adquiere el valor de expectación del vacío (2.45) se induce el rompimiento espontáneo de simetría  $SU_L(2) \times U(1) \rightarrow U(1)$ , generando términos de masa

$$\mathcal{L}_m^D = -\bar{\psi}_i^L b_\ell^{ij} \psi_j^R - \bar{\nu}_i^L b_\nu^{ij} N_j^R + \text{h.c.}, \quad (2.82)$$

en donde

$$b_\ell^{ij} = \frac{1}{\sqrt{2}} \lambda_\ell^{ij} v; \quad b_\nu^{ij} = \frac{1}{\sqrt{2}} \lambda_\nu^{ij} v. \quad (2.83)$$

La matriz  $b_\ell$  puede diagonalizarse por medio de las matrices unitarias  $O_\ell$  y  $P_\ell$

$$b_\ell = O_\ell^\dagger m_\ell P_\ell, \quad (2.84)$$

con la matriz  $m_\ell = \text{diag}(m_e, m_\mu, m_\tau)$ . Así, el cambio de base a eigenestados de masa está dado por

$$\psi_i'^L \rightarrow O_\ell^{ij} \psi_j^L, \quad \psi_i'^R \rightarrow P_\ell^{ij} \psi_j^R, \quad (2.85)$$

lo cual, al aplicar el procedimiento análogo a la matriz  $b_\nu$ , transforma el acoplamiento de Yukawa de los leptones a su forma estándar

$$\mathcal{L}_m^D = -m_\ell^i \bar{\psi}_i'^L \psi_i'^R - m_\nu^i \bar{\nu}_i'^L N_i'^R + \text{h.c.}, \quad (2.86)$$

con la suma sobre el índice  $i = 1, \dots, 3$ . Densidades Lagrangianas como (2.82) y (2.86) son términos de masa de Dirac.

En el caso de partículas neutras como el neutrino es posible, involucrando a la operación conjugación de carga, introducir otro término de masa conocido en la literatura como de Majorana [11] dado por

$$\mathcal{L}_m^M = -\frac{1}{2} (\bar{N}_i^R)^c B^{ij} N_j^R + \text{h.c.}, \quad (2.87)$$

en donde  $B$  es una matriz de  $n \times n$  y la operación conjugación de carga, definida por  $\psi^c = \hat{C}\bar{\psi}^T$ , transforma partículas en antipartículas. Cuando esto ocurre se dice que el neutrino es una partícula de Majorana. Sí  $\gamma^5\psi = \psi$ , entonces  $\gamma^5\psi^c = -\psi^c$ , es decir, la conjugación de carga invierte la quiralidad de las partículas [15]. Es posible escribir también escribir un término de Majorana para las componentes quirales izquierdas, sin embargo su inclusión directa en la densidad Lagrangiana rompería la simetría  $SU_L(2)$ , razón por la cual requeriría ser generado en el rompimiento espontaneo de simetría por medio del acoplamiento a un triplete de Higgs [8], el cual no ha sido observado experimentalmente, por lo cual no será considerado en esta extensión mínima del Modelo Estándar.

Sumando los términos del neutrino de (2.82) y (2.87) se obtiene el término más general posible para describir neutrinos con masa

$$\mathcal{L}_m^\nu = -\bar{\nu}_i^L b_\nu^{ij} N_j^R - \frac{1}{2} (\bar{N}_i^R)^c B^{ij} N_j^R + \text{h.c.}, \quad (2.88)$$

o bien, usando la identidad

$$\bar{\nu}_i^L b_\nu^{ij} N_j^R = (\bar{N}_j^R)^c b_\nu^{ij} (\nu_i^L)^c, \quad (2.89)$$

se puede escribir (2.88) en la forma matricial

$$\mathcal{L}_m^\nu = -\frac{1}{2} (\bar{\nu}^L, (\bar{N}^R)^c) \begin{pmatrix} 0_{3 \times 3} & b_\nu \\ b_\nu^T & B \end{pmatrix} \begin{pmatrix} (\nu^L)^c \\ N^R \end{pmatrix} + \text{h.c.}, \quad (2.90)$$

donde  $0_{3 \times 3}$  es la matriz nula de  $3 \times 3$ .

Ahora, sea  $K$  una matriz unitaria de dimensión  $(3+n) \times (3+n)$  tal que

$$K^\dagger \begin{pmatrix} 0_{3 \times 3} & b_\nu \\ b_\nu^T & B \end{pmatrix} K = \begin{pmatrix} m_\nu & 0_{3 \times n} \\ 0_{n \times 3} & M_N \end{pmatrix}, \quad (2.91)$$

con  $m_\nu$  y  $M_n$  matrices diagonales de  $3 \times 3$  y  $n \times n$ , respectivamente. La matriz  $K$  genera un cambio de base a eigenestados de masa del neutrino

$$\begin{pmatrix} (\nu_m^L)^c \\ N_m^R \end{pmatrix} = K \begin{pmatrix} (\nu^L)^c \\ N^R \end{pmatrix}. \quad (2.92)$$

La diagonalización (2.91) requiere que el orden de magnitud de las componentes sea

$$m_\nu \sim \frac{b_\nu}{B}; \quad M_N \sim B, \quad (2.93)$$

lo cual, si se considera a los neutrinos  $N = (N^R)^c + N^R$  como partículas pesadas recordando que la operación conjugación de carga invierte la quiralidad y que todo espinor se puede escribir como la suma de sus componentes quirales, propociona un mecanismo que explica de manera simple la masa pequeña de los neutrinos  $\nu$  conocido como el mecanismo de seesaw [27]. Sin este mecanismo la masa de los neutrinos sólo puede ser explicada con una constante muy pequeña en los acoplamientos de Yukawa, lo cual no se considera natural dado el orden de magnitud de las demás constantes del Modelo Estándar. De este modo, el mecanismo de seesaw da soporte teórico a la naturaleza de Majorana de los neutrinos.

Ahora, la matriz  $K$  puede ser parametrizada con matrices

$$K = \begin{pmatrix} U_{3 \times 3} & V_{3 \times n} \\ X_{n \times 3} & Y_{n \times n} \end{pmatrix}, \quad (2.94)$$

de modo que en (2.90) el cambio de base genera

$$\mathcal{L}_m^\nu = -\frac{1}{2} (\bar{\nu}_m^L, (\bar{N}_m^R)^c) \begin{pmatrix} m_\nu & 0_{3 \times n} \\ 0_{n \times 3} & M_N \end{pmatrix} \begin{pmatrix} (\nu_m^L)^c \\ N_m^R \end{pmatrix} + \text{h.c.}, \quad (2.95)$$

con las relaciones de mezcla

$$\begin{aligned} \nu_i^L &= U_{im} \nu_m^L + V_{im'} (N_{m'}^R)^c, \\ N_j^R &= X_{jm}^* (\nu_m^L)^c + Y_{jm'}^* N_{m'}^R, \end{aligned} \quad (2.96)$$

en donde la suma se realiza sobre los índices  $m = 1, \dots, 3$  y  $m' = 1, \dots, n$ . Es decir, los eigenestados de sabor de los neutrinos son combinaciones lineales de eigenestados de masa.

La condición de unitariedad de la matriz  $K$  tiene como consecuencia

$$\begin{aligned} UU^\dagger + VV^\dagger &= U^\dagger U + X^\dagger X = I_{3 \times 3}, \\ XX^\dagger + YY^\dagger &= V^\dagger V + Y^\dagger Y = I_{n \times n}, \end{aligned} \quad (2.97)$$

en donde paramétricamente  $UU^\dagger$  y  $Y^\dagger Y \sim I$ ,  $VV^\dagger$  y  $X^\dagger X \sim m_\nu/M_N$ . Por otro lado, de (2.65), las interacciones de los leptones con los bosones de norma  $W^\pm$  están caracterizadas por la densidad Lagrangiana

$$\mathcal{L}_I = \frac{g}{\sqrt{2}} W_\mu \bar{\nu}_\ell^L \gamma^\mu \psi_\ell^L + \text{h.c.} \quad (2.98)$$

Se puede observar que los cambios de base (2.85) y (2.92) introducen términos de mezcla en las corrientes acopladas en (2.98). En efecto

$$\mathcal{L}_I = \frac{g}{\sqrt{2}} W_\mu [U_{lm}^* \bar{\nu}_m \gamma^\mu \psi_\ell^L + V_{lm'}^* (\bar{N}_{m'})^c \gamma^\mu \psi_\ell^L] + \text{h.c.}, \quad (2.99)$$

en donde a  $\nu_m = \nu_m^L + (\nu_m^L)^c$  se les conoce como neutrinos ligeros y a  $N'_m = (N_m^R)^c + N_m^R$  como pesados debido al mecanismo de seesaw. La matriz  $U$  es conocida en la literatura como matriz de Pontecorvo-Maki-Nakagawa-Sakata o simplemente matriz PMNS [26], la cual es responsable de la mezcla entre los neutrinos activos tal y como se observa en (2.96). La matriz  $V$  contiene los parámetros de interacción de neutrinos estériles con el resto de leptones.

Las constantes que rigen la interacción de los leptones con los neutrinos pesados  $N$  son muy pequeñas, razón por la cual en la literatura se les conoce también como neutrinos estériles mientras que a los neutrinos ligeros se les denomina activos. Los parámetros de mezcla contenidos en la matriz  $V$  tienen consecuencias en modelos cosmológicos que pretenden incluir a los neutrinos estériles como componentes de materia oscura [28].

Una consecuencia inmediata de la naturaleza de Majorana es la indistinguibilidad entre el neutrino y su antipartícula. En efecto, dado que la conjugación de carga transforma una partícula en antipartícula, entonces

$$\nu^c = (\nu^L)^c + ((\nu^L)^c)^c = (\nu^L)^c + \nu^L = \nu, \quad (2.100)$$

y

$$N^c = ((N^R)^c)^c + (N^R)^c = N^R + (N^R)^c = N, \quad (2.101)$$

con lo cual los neutrinos y sus antineutrinos coinciden.

## 2.4. Neutrinos de Majorana y violación de número leptónico

El origen de la conservación del número leptónico se remonta a la observación experimental de que existe un número cuántico que se conserva durante las interacciones permitidas por el Modelo Estándar al cual se le conoce como número leptónico. Se ha asignado un valor de número leptónico de +1 a los leptones cargados positivamente y a los neutrinos  $\nu$ , -1 a los leptones cargados negativamente y a los antineutrinos  $\bar{\nu}$ , y 0 para todas las demás partículas del Modelo Estándar [29]. Es decir, se considera que  $\nu_\mu$  y  $\bar{\nu}_\mu$  son partículas distintas. Experimentalmente, se ha observado que tanto el número leptónico por familia como el número leptónico total se conservan hasta donde se ha explorado.

Al carecer de carga y sabor, lo único que distingue a neutrinos de antineutrinos es el número leptónico. En el Modelo Estándar la conservación de este número es consecuencia de una simetría global en la densidad Lagrangiana. En efecto, al aplicar sobre los leptones la transformación

$$\begin{aligned}\psi_\ell &\rightarrow \psi'_\ell = e^{i\alpha}\psi_\ell, \\ \nu_\ell &\rightarrow \nu'_\ell = e^{i\alpha}\nu_\ell,\end{aligned}\tag{2.102}$$

donde  $\alpha$  es un escalar y  $\ell = e, \mu, \tau$ , se observa que la densidad Lagrangiana que describe al Modelo Estándar (2.49) se mantiene invariante. El teorema de Noether garantiza entonces que existe una carga conservada la cual se identifica como número leptónico  $L$ . Del mismo modo, si los neutrinos adquieren un término de masa de Dirac como en (2.82) entonces al aplicar la transformación

$$\bar{\nu}_i^L b_\nu^{ij} N_j^R \rightarrow \bar{\nu}_i^L e^{-i\alpha} b_\nu^{ij} e^{i\alpha} N_j^R = \bar{\nu}_i^L b_\nu^{ij} N_j^R,\tag{2.103}$$

y del mismo modo con el hermítico conjugado, por lo cual la densidad Lagrangiana se mantiene invariante y se conserva la simetría. Sin embargo, si se incluye el término de

masa de Majorana (2.87) entonces

$$\frac{1}{2}(\bar{N}_i^R)^c B^{ij} N_j^R \rightarrow \frac{1}{2}(\bar{N}_i^R)^c e^{i\alpha} B^{ij} e^{i\alpha} N_j^R = \frac{1}{2}e^{2i\alpha}(\bar{N}_i^R)^c B^{ij} N_j^R, \quad (2.104)$$

con lo cual la simetría se rompe en dos unidades ( $\Delta L = 2$ ). En consecuencia, cualquier proceso que involucre un término de masa de Majorana para los neutrinos presentará una violación en la conservación de número leptónico por dos unidades.

En general el término de masa de Majorana no es invariante ante transformaciones de norma SU(1), por lo cual una partícula de Majorana no puede presentar conservación en cualquiera de sus números cuánticos. De ahí la razón por la cual sólo partículas neutras pueden incluir términos de Majorana, o dicho de otro modo, toda partícula cargada debe incluir únicamente términos de masa de Dirac.

## Capítulo 3

# Procesos de Violación de Número Leptónico

Además de que su observación confirmaría la naturaleza del neutrino como partícula de Majorana, la fenomenología de los procesos con violación del número leptónico  $L$  por dos unidades ( $\Delta L = 2$ ) proporcionan un mecanismo para medir los parámetros de mezcla y masa del neutrino. O bien, su búsqueda permite poner límites en los parámetros en caso de no ser observados. Diversos experimentos han reportado límites utilizando decaimientos de mesones a tres cuerpos. En el presente trabajo se analiza un decaimiento del mesón  $B^0$  a cuatro cuerpos.

### 3.1. Amplitud de decaimiento leptónica para procesos con $\Delta L = 2$

El subproceso básico con  $\Delta L = 2$  puede ser genéricamente expresado por

$$W^- W^- \rightarrow \ell_1^- \ell_2^-, \quad (3.1)$$

donde  $W^-$  es un bosón de norma y  $\ell_{1,2}^- = e, \mu, \tau$  (Ver Fig. 3.1). De (2.99), la amplitud de decaimiento del subproceso está determinada por el producto de dos corrientes leptónicas

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{\text{lep}}^{\mu\nu} = & \frac{g^2}{2} \sum_{j=1}^3 U_{\ell_1 j} U_{\ell_2 j} (\bar{\psi}_{\ell_1} \gamma^\mu P_L \nu_j) (\bar{\psi}_{\ell_2} \gamma^\nu P_L \nu_j) \\ & + \frac{g^2}{2} \sum_{k=1}^n V_{\ell_1 k} V_{\ell_2 k} (\bar{\psi}_{\ell_1} \gamma^\mu P_L N_k) (\bar{\psi}_{\ell_2} \gamma^\nu P_L N_k), \end{aligned} \quad (3.2)$$

con el operador de proyección quiral izquierda definido por  $P_L = (1 - \gamma_5)/2$ . Definiendo el operador de proyección quiral derecha  $P_R = (1 + \gamma_5)/2$  y usando la conjugación de carga la amplitud (3.2) puede ser reescrita como

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{\text{lep}}^{\mu\nu} = & \frac{g^2}{2} \sum_{j=1}^3 U_{\ell_1 j} U_{\ell_2 j} (\bar{\psi}_{\ell_1} \gamma^\mu P_L \nu_j) (\bar{\nu}_j \gamma^\nu P_R \psi_{\ell_2}^c) \\ & + \frac{g^2}{2} \sum_{k=1}^n V_{\ell_1 k} V_{\ell_2 k} (\bar{\psi}_{\ell_1} \gamma^\mu P_L N_k) (\bar{N}_k \gamma^\nu P_R \psi_{\ell_2}^c). \end{aligned} \quad (3.3)$$

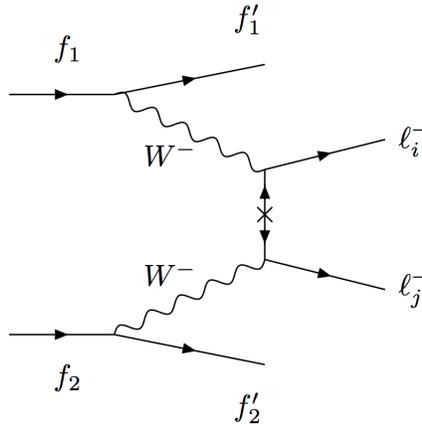


Figura 3.1: Diagrama de Feynman del subproceso genérico con  $\Delta L = 2$ , en donde  $\times$  representa a un neutrino ligero o pesado de Majorana.

Los campos espinoriales que representan a neutrinos de Majorana pueden ser con-

traídos en forma de un propagador fermiónico

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{\text{lep}}^{\mu\nu} = & \frac{g^2}{2} \sum_{j=1}^3 U_{\ell_1 j} U_{\ell_2 j} (\bar{\psi}_{\ell_1} \gamma^\mu P_L) \frac{\not{q} + m_{\nu_j}}{q^2 - m_{\nu_j}^2 + i\Gamma_{\nu_j} m_{\nu_j}} (\gamma^\nu P_R \psi_{\ell_2}^c) \\ & + \frac{g^2}{2} \sum_{k=1}^n V_{\ell_1 k} V_{\ell_2 k} (\bar{\psi}_{\ell_1} \gamma^\mu P_L) \frac{\not{q} + m_{N_k}}{q^2 - m_{N_k}^2 + i\Gamma_{N_k} m_{N_k}} (\gamma^\nu P_R \psi_{\ell_2}^c), \end{aligned} \quad (3.4)$$

siendo  $q$  el 4-vector momento del neutrino de Majorana,  $\Gamma_\nu$ ,  $\Gamma_N$  el ancho de decaimiento de los neutrinos ligeros y pesados y  $m_\nu$ ,  $m_N$  la masa de los neutrinos ligeros y pesados, respectivamente. Debido a que los neutrinos ligeros, con escalas de masa menores que la masa del electrón son prácticamente estables, se considera que  $\Gamma_\nu = 0$ . Nótese que  $P_L P_R = 0$ , de modo que se cumple la identidad

$$\gamma^\mu P_L (\not{q} + m_{\nu, N}) \gamma^\nu P_R = m_{\nu, N} \gamma^\mu \gamma^\nu P_R, \quad (3.5)$$

con lo cual la amplitud de decaimiento es

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{\text{lep}}^{\mu\nu} = & \frac{g^2}{2} \sum_{j=1}^3 U_{\ell_1 j} U_{\ell_2 j} m_{\nu_j} \bar{\psi}_{\ell_1} \frac{\gamma^\mu \gamma^\nu}{q^2 - m_{\nu_j}^2 + i\Gamma_{\nu_j} m_{\nu_j}} P_R \psi_{\ell_2}^c \\ & + \frac{g^2}{2} \sum_{k=1}^n V_{\ell_1 k} V_{\ell_2 k} m_{N_k} \bar{\psi}_{\ell_1} \frac{\gamma^\mu \gamma^\nu}{q^2 - m_{N_k}^2 + i\Gamma_{N_k} m_{N_k}} P_R \psi_{\ell_2}^c \\ & + (\ell_1 \leftrightarrow \ell_2), \end{aligned} \quad (3.6)$$

en donde se ha considerado la contribución dada por el intercambio de leptones idénticos en el estado final.

En principio todos los neutrinos pesados contribuyen a la amplitud (3.6). Sin embargo, por simplicidad se puede analizar únicamente al neutrino más ligero considerando que el resto de neutrinos son lo suficientemente pesados para ser despreciados en la amplitud de decaimiento. Además, en una región del espacio de parámetros tal que el momento del neutrino es tal que de  $q^2 \simeq m_N^2$ , la contribución de los neutrinos ligeros a la amplitud está muy suprimida por lo que es despreciada, permitiendo el estudio de los parámetros de mezcla  $V$ . En lo subsecuente se tomará en cuenta la región cinemática

en la cual la contribución de un sólo neutrino pesado  $N$  hace despreciables las demás contribuciones, de modo que la amplitud de decaimiento del subproceso es

$$\mathcal{M}_{\text{lep}}^{\mu\nu} = \frac{g^2}{2} V_{\ell_1 N} V_{\ell_2 N} m_N \bar{\psi}_{\ell_1} \left[ \frac{\gamma^\mu \gamma^\nu}{q^2 - m_N^2 + i\Gamma_N m_N} + \frac{\gamma^\nu \gamma^\mu}{\tilde{q}^2 - m_N^2 + i\Gamma_N m_N} \right] P_R \psi_{\ell_2}^c, \quad (3.7)$$

donde  $\tilde{q}$  es el 4-vector momento del neutrino cuando se intercambian los índices de los leptones. Cuando cabe la posibilidad de que  $q^2, \tilde{q}^2 \simeq m_N^2$ , se dice que el neutrino pesado es producido de manera resonante.

Obtener el ancho de decaimiento  $\Gamma_N$  requiere identificar los canales de decaimiento accesibles al neutrino en función de su masa

$$\Gamma_N = \sum_f \Gamma(N \rightarrow f) \theta(m_N - \sum_i m_{f_i}), \quad (3.8)$$

donde  $\theta$  es la función escalón de Heaviside y  $m_{f_i}$  representa la masa de las partículas producidas en el canal  $f$  de decaimiento del neutrino. Para poder simplificar el análisis de los parámetros de mezcla del neutrino  $N$ , se requiere considerar la hipótesis de universalidad, la cual radica en que

$$|V_{eN}| \simeq |V_{\mu N}| \simeq |V_{\tau N}|, \quad (3.9)$$

permitiendo que un sólo parámetro sea factorizado de  $\Gamma_N$ . Para tener una noción del orden de magnitud de  $\Gamma_N$  se debe extraer  $|V_{\ell N}|$  de otros procesos independientes [11, 30] (Ver Fig. 3.2).

## 3.2. La desintegración beta doble de núcleos

El decaimiento beta doble ( $2\nu\beta\beta$ ) es un proceso raro que consiste en el decaimiento beta simultáneo de dos nucleones en el núcleo atómico, emitiendo dos electrones, dos neutrinos y cambiando el número atómico del elemento en dos unidades

$$(A, Z) \rightarrow (A, Z + 2) + 2e^- + 2\bar{\nu}, \quad (3.10)$$

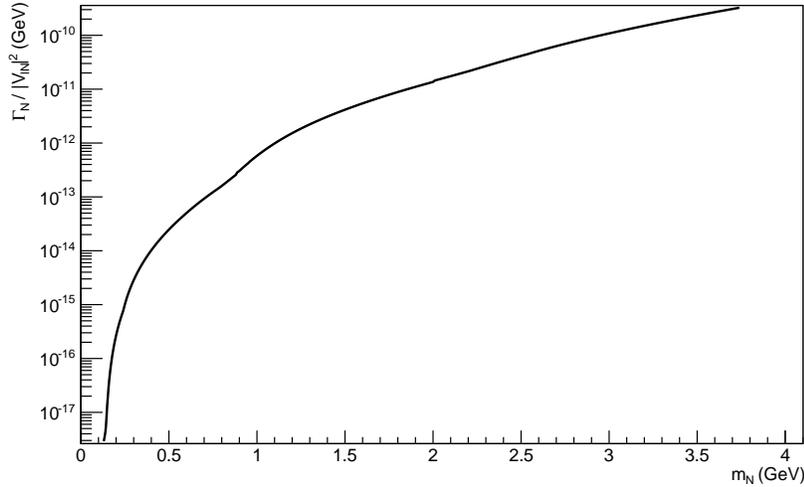


Figura 3.2: Valores del ancho de decaimiento, normalizado al valor del parámetro de mezcla, del neutrino de Majorana pesado en función de la masa a partir de los canales de decaimiento cinemáticamente accesibles.

en donde  $A$  es el número de nucleones y  $Z$  es el número de protones [31] (Ver Fig. 3.3). Nótese que en este proceso se conserva el número leptónico, por lo cual está permitido en el Modelo Estándar. El  $2\nu\beta\beta$  se ha observado directamente en diferentes isótopos, lo cual ha permitido estimar el tiempo de vida media del proceso [32] (Ver Tabla 3.1).

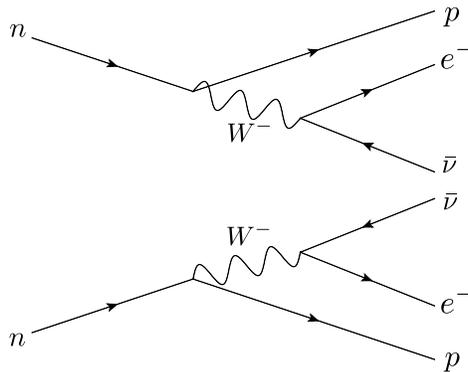


Figura 3.3: Diagrama de Feynman del proceso  $2\nu\beta\beta$ .

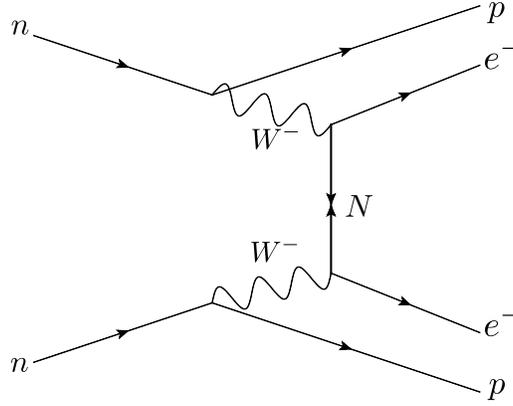


Figura 3.4: Diagrama de Feynman del proceso  $0\nu\beta\beta$ , en donde  $N$  representa a un neutrino de Majorana.

Un proceso similar pero de naturaleza muy distinta es el decaimiento beta doble sin neutrinos ( $0\nu\beta\beta$ ) [32], el cual está descrito por

$$(A, Z) \rightarrow (A, Z + 2) + 2e^-, \quad (3.11)$$

es decir, en los productos finales no se encuentran neutrinos. Este proceso viola la conservación del número leptónico en dos unidades ( $\Delta L = 2$ ) y sólo puede ser observado si el neutrino y el antineutrino son la misma partícula, por lo que su existencia confirmaría la naturaleza del neutrino como una partícula de Majorana. Hasta ahora no ha sido observado directamente en los experimentos y sólo ha sido posible imponer límites inferiores al tiempo de vida media del proceso del orden de  $\sim 10^{25}$  años (Ver Tabla 3.1).

A partir del decaimiento beta doble sin neutrinos se pueden imponer límites en el parámetro  $V_{eN}$  [33]. Para neutrinos con masa  $m_{N'_m} \gg 1$  GeV, el límite más restrictivo está dado por [11]

$$\sum_{m'} \frac{|V_{eN'_m}|^2}{m_{N'_m}} < 5 \times 10^{-5} \text{ TeV}^{-1}. \quad (3.12)$$

Isótopo	$E_{2\beta}$ (KeV)	$T_{1/2}$ (años)
$^{48}\text{Ca}$	4272	$> 5.8 \times 10^{22}$
$^{76}\text{Ge}$	2039	$> 1.9 \times 10^{25}$
$^{82}\text{Se}$	2996	$> 3.6 \times 10^{23}$
$^{96}\text{Zr}$	3350	$> 9.2 \times 10^{21}$
$^{100}\text{Mo}$	3034.4	$> 1.1 \times 10^{24}$
$^{116}\text{Cd}$	2805	$> 1.7 \times 10^{23}$
$^{128}\text{Te}$	867	$> 1.5 \times 10^{24}$
$^{130}\text{Te}$	2527.5	$> 2.8 \times 10^{24}$
$^{136}\text{Xe}$	2458.7	$> 4.5 \times 10^{23}$
$^{150}\text{Nd}$	3367	$> 1.8 \times 10^{22}$

Tabla 3.1: Límites inferiores por isótopo colocados en el tiempo de vida medio del proceso  $2\nu\beta\beta$ .

### 3.3. Decaimientos con $\Delta L = 2$ en mesones

En la literatura se han considerado decaimientos raros de mesones y leptones  $\tau$  que violan el número leptónico por dos unidades. De particular interés son los decaimientos  $M_1^+ \rightarrow \ell_1^+ \ell_2^+ M_2^-$ , donde  $M$  representan mesones y  $\ell = e, \mu$ , ya que en ellos está involucrado el intercambio de un neutrino de Majorana. [11]. En el caso del decaimiento del mesón  $M_1$  a tres cuerpos la amplitud del proceso está determinada por

$$\mathcal{M}_{M_1} \sim m_N V_{\ell_1 N} V_{\ell_2 N} [q^2 - m_N^2 + i\Gamma_N m_N]^{-1} V_{M_1} V_{M_2} f_{M_1} f_{M_2}, \quad (3.13)$$

donde  $V_{M_i}$  y  $f_{M_i}$  son el parámetro de la matriz CKM que rige la mezcla de los quarks contenidos en el meson  $M_i$  y la constante de decaimiento del mesón  $M_i$ , respectivamente. A partir de la amplitud es posible conocer la razón de decaimiento del proceso, el cual se observa de (3.13) estará determinado en función de los parámetros de mezcla  $V_{\ell_1 N}$ ,  $V_{\ell_2 N}$  y de la masa  $m_N$  del neutrino.

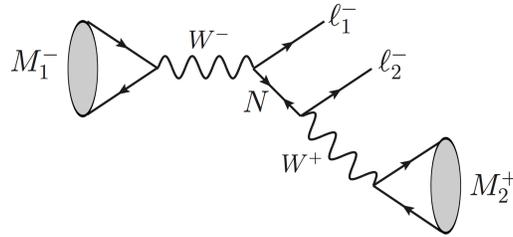


Figura 3.5: Diagrama de Feynman del decaimiento  $M_1^+ \rightarrow \ell_1^+ \ell_2^+ M_2^-$  con violación de número leptónico en dos unidades.

A pesar de no tener aún evidencia de la existencia de este tipo de procesos, a partir del análisis de datos acumulados experimentalmente ha sido posible imponer límites superiores a la razón de decaimiento de procesos a tres cuerpos que violan la conservación de número leptónico en dos unidades (Ver Fig. 3.6). Dichos límites permiten restringir los parámetros de mezcla  $V_{\ell_1 N} V_{\ell_2 N}$  en función de la masa del neutrino (Ver Figs. 3.7 y 3.8).

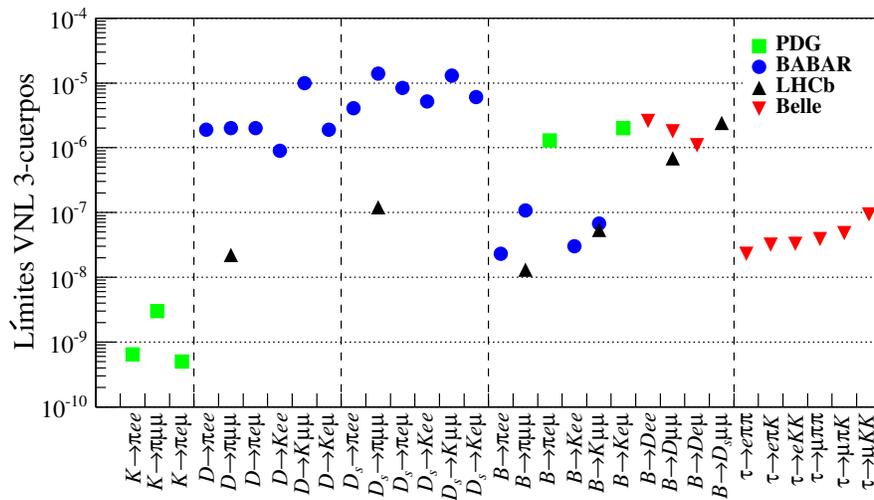


Figura 3.6: Límites experimentales en la razón de decaimiento de mesones a tres cuerpos con  $\Delta L = 2$ .

[34]

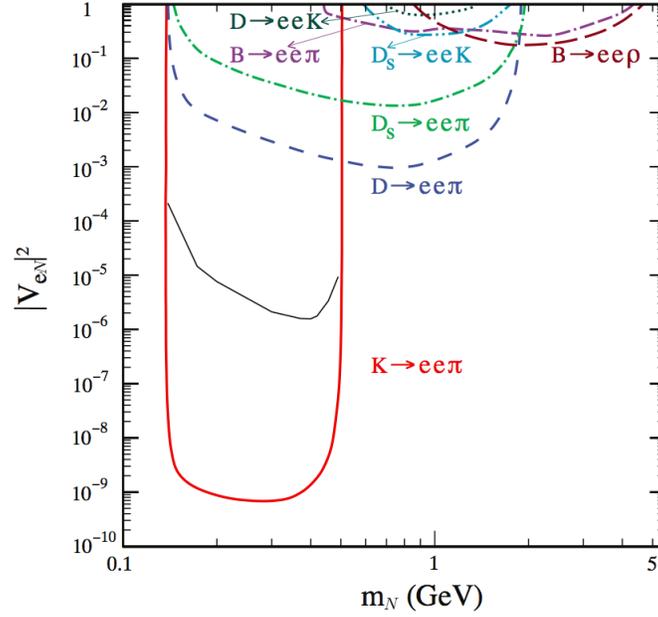


Figura 3.7: Regiones excluidas en el espacio de parámetros  $|V_{eN}|^2$  vs  $m_N$  determinadas por decaimientos a tres cuerpos  $M_1^+ \rightarrow e^+e^+M_2^-$  [11].

### 3.4. El proceso $B^0 \rightarrow D^- \pi^- \ell^+ \ell^+$

Los decaimientos de mesones a cuatro cuerpos con  $\Delta L = 2$  no han sido tan ampliamente estudiados experimentalmente. De hecho, únicamente dos colaboraciones han reportado límites en tales procesos (Ver Fig. 3.9). Sin embargo, existen canales de este tipo que representan una ventaja debido a que los elementos de la matriz CKM involucrados en el proceso permiten suprimir mejor, respecto a sus análogos a tres cuerpos, los parámetros de mezcla de leptones con neutrinos de Majorana [35].

Resulta de particular interés para el presente trabajo el decaimiento de un mesón  $B^0$  a cuatro cuerpos dado por  $B^0 \rightarrow D^- \pi^- \ell^+ \ell^+$  (Ver Fig. 3.10), el cual está descrito por la amplitud

$$\mathcal{M}_B \sim G_F^2 m_N V_{\ell_1 N} V_{\ell_2 N} [q^2 - m_N^2 + i\Gamma_N m_N]^{-1} V_{cb} V_{ud} f_\pi f_\mu^{B \rightarrow D}(t), \quad (3.14)$$

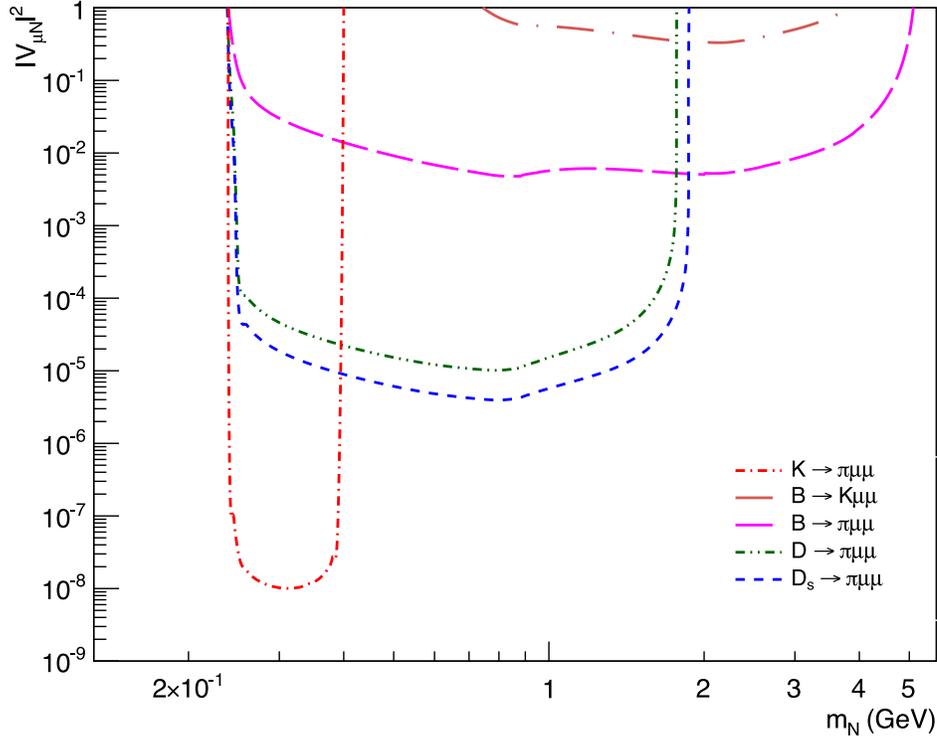


Figura 3.8: Regiones excluidas en el espacio de parámetros  $|V_{\mu N}|^2$  vs  $m_N$  determinadas por decaimientos a tres cuerpos  $M_1^+ \rightarrow \mu^+ \mu^+ M_2^-$  [34].

donde  $V_{cb}$  Y  $V_{ud}$  son elementos de la matriz CKM,  $f_\pi$  es la constante de decaimiento del mesón  $\pi^-$  y  $f_\mu^{B \rightarrow D}(t)$  representa el elemento de matriz de la transición  $B^0 \rightarrow D^-$

$$f_\mu^{B \rightarrow D}(t) = \left( (p + p_1)_\mu - \frac{m_B^2 - m_D^2}{t} Q_\mu \right) F_1(t) + \frac{m_B^2 - m_D^2}{t} Q_\mu F_0(t). \quad (3.15)$$

siendo  $p$  y  $p_1$  los 4-vectores momento del mesón  $B^0$  y  $D^-$  respectivamente,  $Q = p - p_1$  y  $t = Q^2$ . Los factores de forma  $F_1(t)$  y  $F_0(t)$  están parametrizados por los resultados

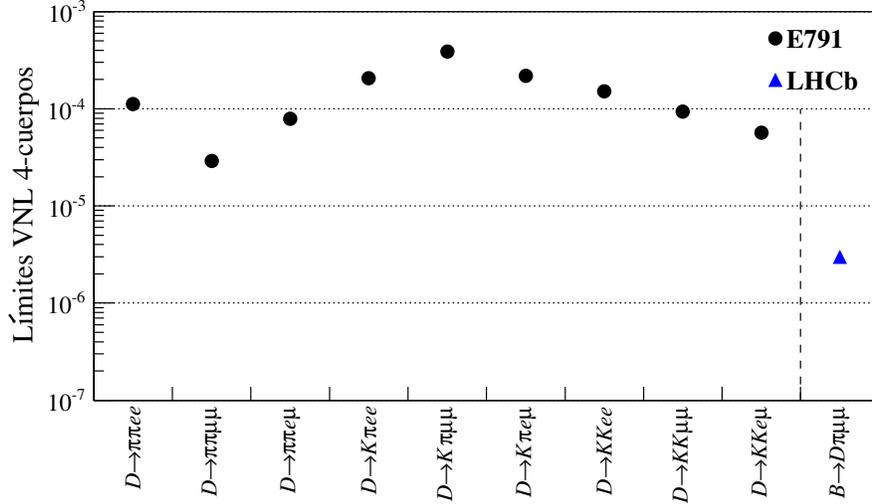


Figura 3.9: Límites experimentales en la razón de decaimiento de mesones a cuatro cuerpos con  $\Delta L = 2$ .

de la referencia [36]

$$F_1(t) = 0.603 + 0.0286t + 0.00195t^2; \quad (3.16)$$

$$F_0(t) = 0.602 + 0.0219t + 0.00036t^2.$$

A pesar de que existen otros diagramas que contribuyen al decaimiento los parámetros de mezcla involucrados suprimen la contribución de los mismos [37], por lo cual es suficiente considerar únicamente la amplitud (3.14).

La región de interés en la cual el neutrino de Majorana es producido de manera resonante es en la cual se satisface  $m_N^2 \simeq q^2$ . Dado que las condiciones cinemáticas restringen el momento  $q$  que el neutrino puede transportar la región de masa de interés es

$$(m_\ell + m_\pi)^2 \leq m_N^2 \leq (m_B - m_D - m_\ell)^2. \quad (3.17)$$

En esta región  $\Gamma_N$  es mucho menor que  $m_N$  (ver Fig. 3.2), por lo tanto es válida la aproximación

$$\lim_{\Gamma_N \rightarrow 0} \frac{m_N}{q^2 - m_N^2 + i\Gamma_N m_N} = -i\pi m_N \delta(q^2 - m_N^2), \quad (3.18)$$

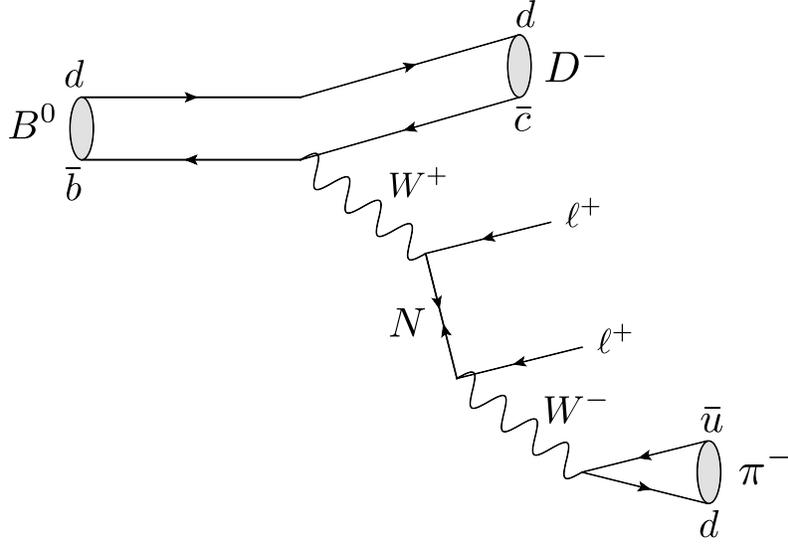


Figura 3.10: Diagrama de Feynman del proceso  $B^0 \rightarrow D^- \pi^- \ell^+ \ell^+$ .

la cual permite considerar al neutrino de Majorana como una partícula que se produce de manera resonante y posteriormente decae, dividiendo el decaimiento en dos subprocesos y simplificando el análisis.

Denotando como  $p$  al 4-vector momento del mesón  $B^0$  y  $p_i$  a los momentos de las partículas restantes, la amplitud de decaimiento del subproceso  $B^0(p) \rightarrow D^-(p_1)\ell^+(p_2)N(p_3)$  está dada por

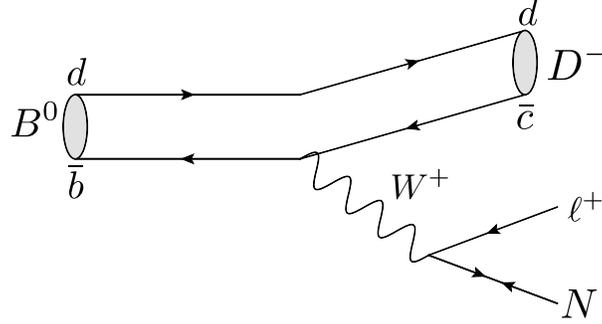
$$\mathcal{M}_{B \rightarrow D \ell N} = -\frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{cb} V_{\ell N} \bar{u}(p_2) i \gamma^\mu (1 - \gamma^5) N(p_3) f_\mu^{B \rightarrow D}(t), \quad (3.19)$$

siendo  $f_\mu^{B \rightarrow D}$  el elemento de matriz dado por (3.15),  $\bar{u}(p_2)$  y  $N(p_3)$  los espinores que representan al leptón cargado y al neutrino de Majorana pesado respectivamente.

La cinemática del decaimiento a tres cuerpos [38] determina que el ancho de decaimiento está dado por

$$d^2\Gamma = \frac{1}{4(4\pi)^2 m_B^3} |\mathcal{M}|^2 ds_{12} ds_{13}, \quad (3.20)$$

siendo los invariantes  $s_{12} = (p_1 + p_2)^2$  y  $s_{13} = (p_1 + p_3)^2$  parámetros independientes con

Figura 3.11: Diagrama de Feynman del subproceso  $B^0 \rightarrow D^- \ell^+ N$ .

dominio de integración

$$s_{13}^- \leq s_{13} \leq s_{13}^+, \quad (m_D + m_\ell)^2 \leq s_{12} \leq (m_B - m_N)^2, \quad (3.21)$$

donde, definiendo la función auxiliar  $\lambda(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2 - 2xy - 2xz - 2yz$ , los límites para  $s_{13}$  son

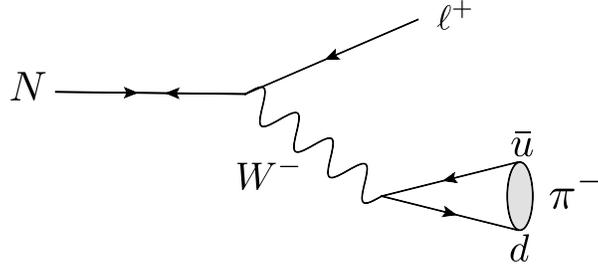
$$s_{13}^\pm = \frac{1}{2s_{12}} \left\{ 2(m_B^2 + m_D^2 - s_{12})s_{12} - (m_B^2 - m_N^2 - s_{12})(s_{12} - m_D^2 + m_\ell^2) \right. \\ \left. \pm \sqrt{\lambda(m_B^2, m_N^2, s_{12})\lambda(s_{12}, m_D^2, m_\ell^2)} \right\}. \quad (3.22)$$

Al calcular el módulo al cuadrado de la amplitud (3.19) se promedia sobre los estados de spín ya que las partículas están no polarizadas. Del mismo modo, dada la magnitud de la energía involucrada en el proceso se puede utilizar la aproximación  $m_\ell \rightarrow 0$ . Así, al sustituir en (3.20) e integrar se obtiene que el ancho de decaimiento del subproceso es

$$\Gamma(B \rightarrow D\ell N) = \frac{G_F^2}{64m_B^3(2\pi)^3} |V_{cb}|^2 |V_{\ell N}|^2 \int_{(m_D)^2}^{(m_B - m_N)^2} [f_1 F_1^2(t) + f_0 F_0^2(t)] dt, \quad (3.23)$$

en donde  $t = s_{12}$ . Los coeficientes de los factores de forma están dados por

$$f_1 = \frac{4}{3t^3} (m_N^2 - t)^2 (m_N^2 + 2t) \lambda^{3/2}(m_B^2, m_D^2, t), \\ f_0 = \frac{4}{3t^3} (m_N^2 - t)^2 (m_B^2 - m_D^2) \lambda^{1/2}(m_B^2, m_D^2, t). \quad (3.24)$$

Figura 3.12: Diagrama de Feynman del subproceso  $N \rightarrow \pi^- \ell^+$ .

El segundo subproceso está dado por el decaimiento del neutrino de Majorana  $N(p) \rightarrow \pi^-(p_1)\ell^+(p_2)$  (Ver Fig. 3.12). La amplitud de decaimiento es

$$\mathcal{M}_{N \rightarrow \ell \pi} = \frac{G_F}{2\sqrt{2}} V_{ud} V_{\ell N} \bar{u}(p_1) \gamma_\mu (1 - \gamma^5) N(p) (f_\pi p_2^\mu), \quad (3.25)$$

donde  $f_\pi = 130.4$  MeV representa la constante de decaimiento del mesón  $\pi^+$ . En el caso de un decaimiento a dos cuerpos la cinemática determina que el ancho del decaimiento está dado por

$$d\Gamma = \frac{1}{32\pi^2} |\mathcal{M}|^2 \frac{|p_1|}{m_B^2} d\Omega, \quad (3.26)$$

siendo  $d\Omega$  el elemento diferencial de ángulo sólido. De este modo, promediando los estados de espín al calcular el módulo al cuadrado de (3.25) y sustituyendo en (3.26) se obtiene

$$\Gamma(N \rightarrow \ell \pi) = \frac{G_F^2}{16\pi} f_\pi^2 |V_{ud}|^2 |V_{\ell N}|^2 m_N^3 I(Y_\ell, Y_\pi), \quad (3.27)$$

con  $Y_i = m_i^2/m_B^2$  y

$$I(x, y) = [(1 + x - y)(1 + x) - 4x] \lambda^{1/2}(1, x, y). \quad (3.28)$$

Finalmente, de las expresiones (3.23) y (3.27) es posible estimar la razón de decaimiento a cuatro cuerpos por medio de los anchos de decaimiento totales  $\Gamma_N$  y  $\Gamma_B = 4.302 \times 10^{-4}$  eV [20]. En efecto

$$BR(B^0 \rightarrow D^- \pi^- \ell^+ \ell^+) = \frac{\Gamma(B \rightarrow D \ell N)}{\Gamma_B} \cdot \frac{\Gamma(N \rightarrow \ell \pi)}{\Gamma_N}. \quad (3.29)$$

Nótese que todos los parámetros involucrados en (3.29) han sido medidos con excepción de  $|V_{\ell N}|^2$  y  $m_N$ . Dada la hipótesis de universalidad (3.9) es posible factorizar el parámetro de mezcla para obtener una expresión de la forma

$$BR(B^0 \rightarrow D^- \pi^- \ell^+ \ell^+) = \frac{1}{(\Gamma_N/|V_{\ell N}|^2)} |V_{\ell N}|^2 f(m_N), \quad (3.30)$$

donde  $(\Gamma_N/|V_{\ell N}|^2)$  ha sido estimado en [11, 30] (Ver Fig. 3.2) y  $f(m_N)$  contiene únicamente parámetros cuyo valor ha sido medido, a excepción de  $m_N$ . De este modo, al fijar experimentalmente el valor de la razón de decaimiento del proceso la ecuación (3.29) permite determinar una curva en el espacio de parámetros  $(|V_{\ell N}|^2, m_N)$ .

Los límites más restrictivos reportados en la búsqueda del proceso  $0\nu\beta\beta$  para el parámetro de mezcla  $|V_{eN}|^2$  sugieren que el proceso de interés emitiendo un par de positrones difícilmente podría ser observado en un acelerador de partículas [11]. Considerando esto último en el análisis presentado se analiza la posibilidad de imponer límites en el espacio de parámetros  $(|V_{\mu N}|^2, m_N)$  fijando un límite superior en la razón de decaimiento al emitir un par de antimuones, es decir,  $B^0 \rightarrow D^- \pi^- \mu^+ \mu^+$ .



# Capítulo 4

## Belle II

La expresión (3.29), que determina la razón de decaimiento del proceso de interés,  $B^0 \rightarrow D^- \pi^- \mu^+ \mu^+$ , depende proporcionalmente de la mezcla del neutrino pesado de Majorana. Los límites colocados en la mezcla por medio de otros decaimientos indican que la razón de decaimiento (3.29) es muy pequeña, por lo cual se requiere de una gran cantidad de eventos si se pretende estudiar este canal.

Una *B-factory* produce mesones  $B$  en grandes cantidades, lo cual la coloca como una herramienta ideal para la búsqueda de procesos con  $\Delta L = 2$ . El funcionamiento de las *B-factories* se basa en la colisión de electrones y positrones ( $e^- e^+$ ) con energía en el sistema centro de masa (CM) igual a la masa de la resonancia  $\Upsilon(4S)$  ( $m = 10.5794 \pm 0.0012$  GeV), la cual el 96% de las veces decae a un par de quarks  $b\bar{b}$  [39, 20]. En el presente trabajo se propone el análisis del canal  $B^0 \rightarrow D^- \pi^- \mu^+ \mu^+$  utilizando la *super-B factory* Belle II, acoplada al acelerador SuperKEKB.

### 4.1. Luminosidad en SuperKEKB

Las colisiones producidas en un acelerador de partículas pueden ser descritas por medio del concepto de luminosidad instantánea  $L$ , la cual está definida como la taza de

interacción por unidad de sección de dispersión  $\sigma$ , o bien

$$L = \frac{1}{\sigma} \frac{dN}{dt}, \quad (4.1)$$

donde  $N$  es el número de eventos detectados y  $t$  representa al tiempo. Las unidades de  $L$  en el sistema cgs son  $\text{cm}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$ . La luminosidad integrada  $L_{int}$  está definida por

$$L_{int} = \int L dt, \quad (4.2)$$

con la cual es posible conocer el número total de colisiones en un acelerador

$$N = L_{int} \cdot \sigma. \quad (4.3)$$

Las unidades de  $L_{int}$  en el sistema cgs son  $\text{cm}^{-2}$ . Dada la magnitud típica de la luminosidad es más común utilizar el barn (b), definido como  $1b = 10^{-24} \text{cm}^2$ . Tanto  $L$  como  $L_{int}$  proporcionan un mecanismo para medir la cantidad de eventos que ocurren de manera instantánea y que son almacenados con el paso del tiempo.

El 30 de junio del 2010 las operaciones en KEKB fueron suspendidas para iniciar la actualización a una *super-B factory*. Para ese entonces, el experimento Belle acoplado a KEKB acumuló datos equivalentes a  $1 \text{ ab}^{-1}$  de luminosidad integrada (Ver Fig. 4.2), de los cuales  $710 \text{ fb}^{-1}$  corresponden a la resonancia  $\Upsilon(4S)$  generando 772 millones de pares  $B\bar{B}$  [40].

La actualización de KEKB se conoce actualmente como SuperKEKB, y pretende ser el colisionador de electrón-positrón con la luminosidad más alta que se haya registrado. Se ha utilizado el túnel y la mayoría de las partes de KEKB para la construcción y se pretende iniciar la colisión de eventos para análisis en el año 2015 [41]. SuperKEKB utilizará un haz de electrones a 7 GeV y otro de positrones a 4 GeV circulando en sentidos opuestos dentro de una circunferencia de aproximadamente 3 Km de radio, de modo que al momento de una colisión se obtenga una energía correspondiente a la masa de la resonancia  $\Upsilon(4S)$  en el sistema CM. En la región de interacción se ha utilizado el esquema de nano-haz [42], con el cual el par de haces se compactan 20 veces

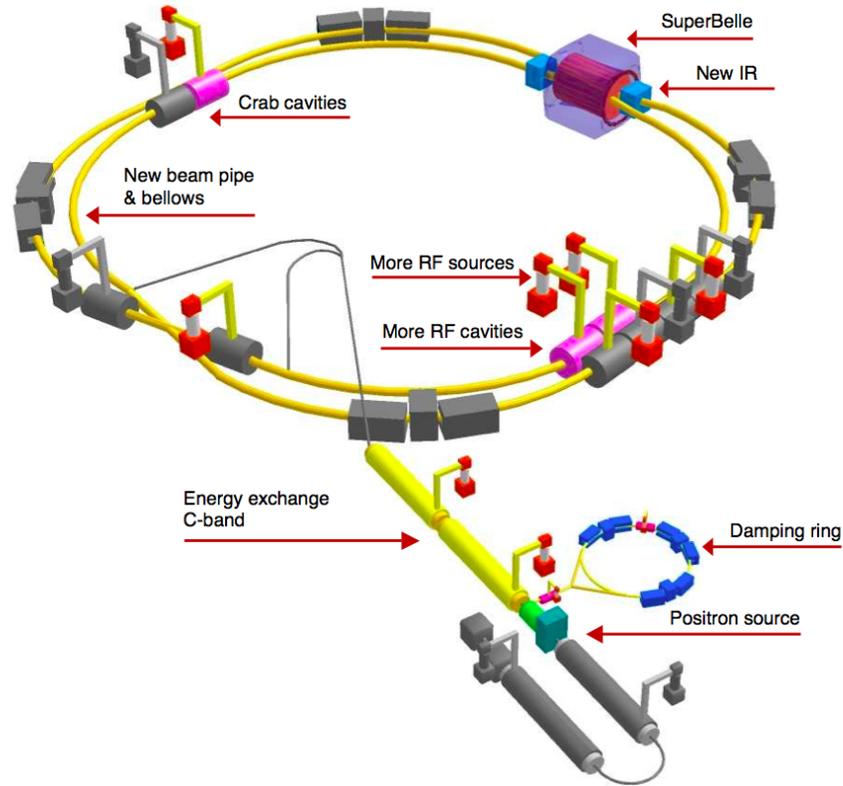


Figura 4.1: Diagrama de partes de SuperKEKB.

respecto a los producidos en KEK y cruzan entre sí formando un ángulo de 83 mrad, lo que aumenta el número de colisiones y permite separarlos rápidamente después de la interacción (Ver Fig. 4.3). Se proyecta una luminosidad máxima de  $8 \times 10^{35} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$  y una luminosidad integrada de  $50 \text{ ab}^{-1}$  para el final de su operación, es decir, 50 veces más datos que los acumulados por Belle (Ver Fig. 4.4).

## 4.2. El detector Belle II

El proceso  $e^+e^- \rightarrow B\bar{B}$  tiene una sección de dispersión  $\sigma = 1.2 \text{ nb}$ . Con una luminosidad de  $L = 8 \times 10^{35} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$  se espera una producción de 960 pares  $B\bar{B}$  por segundo, además de aproximadamente 20 mil eventos de ruido en el mismo intervalo

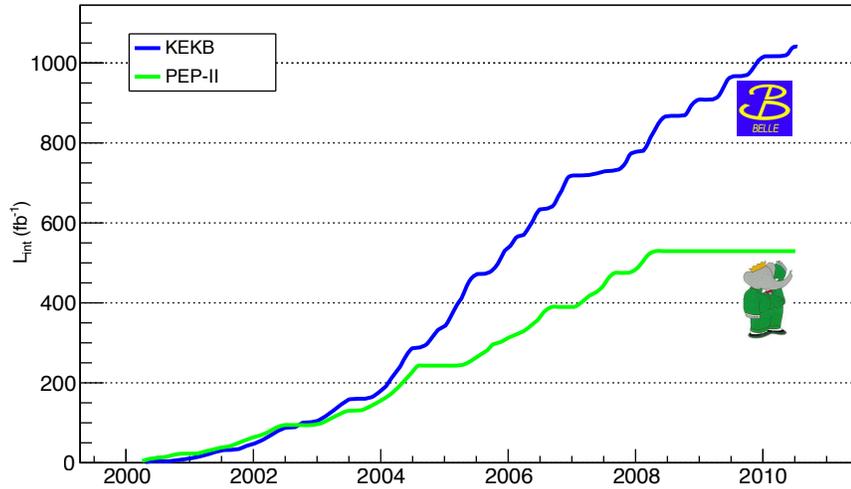


Figura 4.2: Luminosidad integrada por año acumulada por los colisionadores PEP-II y KEKB.

	PEP-II	KEKB	SuperKEKB
Detector	BaBar	Belle	Belle-II
Año de inicio	1999	1999	2015
Fin de operaciones	2008	2010	-
Energía del haz (GeV)	$e^-$ : 9.0 $e^+$ : 3.1	$e^-$ : 8.0 $e^+$ : 3.5	$e^-$ : 7.0 $e^+$ : 4.0
Luminosidad ( $10^{30} \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1}$ )	12069	21083	$8 \times 10^5$

Tabla 4.1: Comparación de parámetros de los colisionadores mencionados. En el caso de SuperKEKB la luminosidad es la máxima esperada en el experimento.

de tiempo. Explotar las mejoras en el acelerador requiere del mismo modo actualizar el detector para conservar la capacidad de detección de eventos óptima. Belle II es el nombre del detector construido a partir de Belle y acoplado a SuperKEKB en el punto de interacción.

Las principales partes de Belle II necesarias para detectar y reconstruir eventos son el detector PXD, el detector de silicio, la cámara central de acumulación, el sistema de

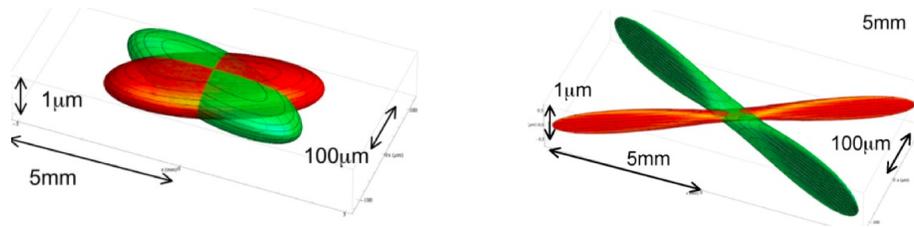


Figura 4.3: Esquema comparativo de la región de interacción de KEKB (izquierda) y SuperKEKB (derecha) donde los haces de electrón-positrón se cruzan.

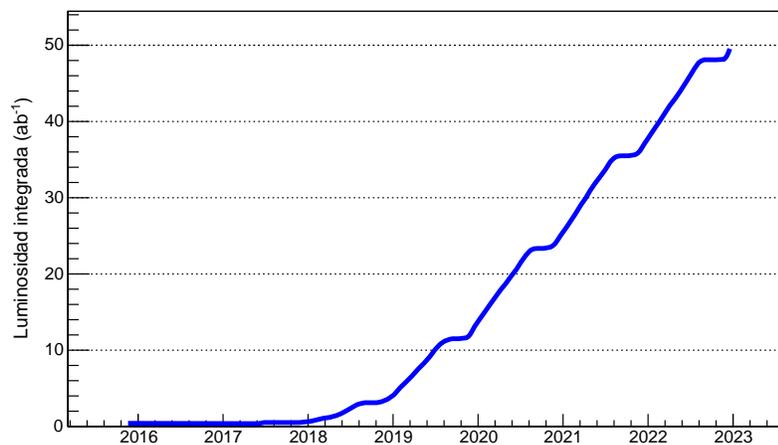


Figura 4.4: Luminosidad integrada por año estimada para SuperKEKB. Se proyecta generar eventos 9 meses al año por 20 días al mes.

identificación de partículas, el calorímetro electromagnético, los detectores de kaones y muones y un solenoide superconductor que proporciona un campo magnético de 1.5 T [43].

#### 4.2.1. El detector PXD

La luminosidad obtenida por SuperKEKB provoca que los detectores cercanos al haz sean bombardeados constantemente por partículas a una tasa de colisión muy elevada, en consecuencia los detectores convencionales de silicio no son suficientes para una reconstrucción óptima de eventos. La solución en el caso de Belle II fue colocar un detector

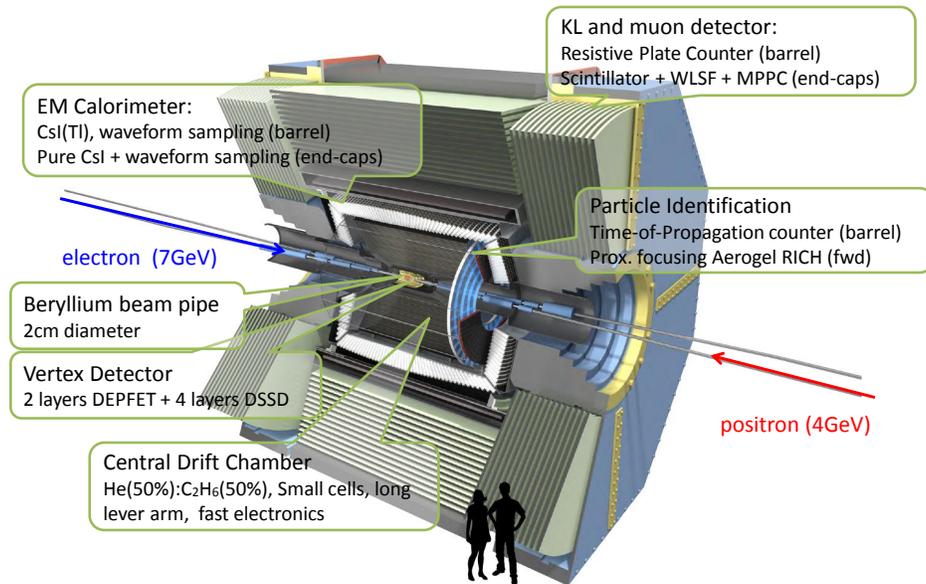


Figura 4.5: Partes del detector Belle II.

de pixeles PXD el cual funciona como parte del sistema de tracking, está constituido por placas de 50 micras de grosor que forman dos cilindros colineales con el haz (Ver Fig. 4.6), consume poca energía por lo que no requiere un sistema de enfriamiento y por su tecnología de pixeles permite discriminar partículas para la localización de vértices y reconstrucción de eventos a la velocidad que la luminosidad generada exige.

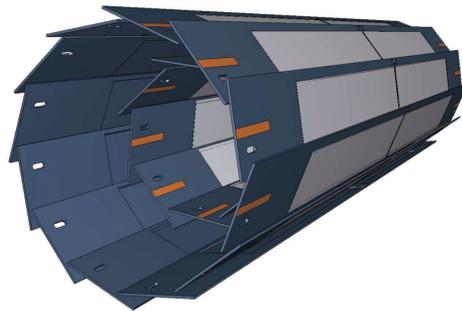


Figura 4.6: Arreglo geométrico de los sensores del detector PXD.



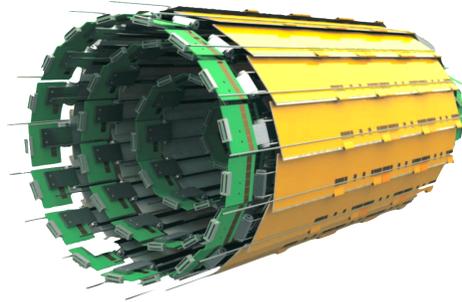


Figura 4.8: Detector de vértices de silicio.

### 4.2.3. La cámara central de acumulación (CDC)

En Belle II la cámara central de acumulación o CDC por sus siglas en inglés está formada por 14,336 tubos que contienen helio (He) y etano ( $C_2H_6$ ) en proporciones iguales, a través de los cuales se coloca un alambre al cual se le aplica un alto voltaje.

La CDC detecta partículas por medio de la ionización del gas y tiene tres tareas importantes. En primer lugar reconstruye trayectorias de partículas cargadas al mismo tiempo que mide su momento lineal. Segundo, proporciona un mecanismo de identificación de partículas midiendo la pérdida de energía de las mismas al pasar por el gas que contiene. Y finalmente, puede ser utilizada como generador de señales de trigger para partículas cargadas.

### 4.2.4. El sistema de identificación de partículas (PID)

El sistema PID por sus siglas en inglés es el mecanismo encargado de identificar partículas estables, al menos en el tiempo que permanecen dentro del detector, producto de la colisión o de los decaimientos. Su funcionamiento está basado en la radiación Cherenkov y en el cilindro colineal al haz está constituido por un sistema TOP de placas de cuarzo centellante [44], el cual estima la masa de las partículas mediante el tiempo de propagación de los fotones Cherenkov generados en la interacción. Principalmente discrimina entre piones y kaones. En las paredes laterales perpendiculares al haz utiliza un

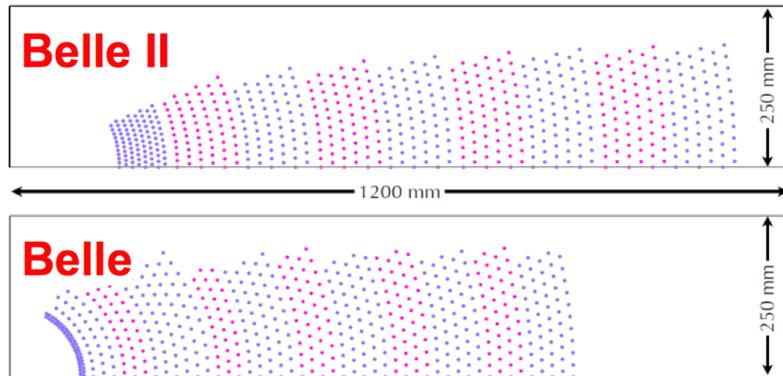


Figura 4.9: Comparación de la ubicación en el plano transversal al haz de los tubos que conforman la CDC en Belle (8,400) y Belle II (14,336).

sistema de aerogel multicapa con diferentes índices de refracción, lo que permite además discriminar entre piones, muones y electrones por debajo de 1 GeV al complementar con datos de las demás partes del detector.

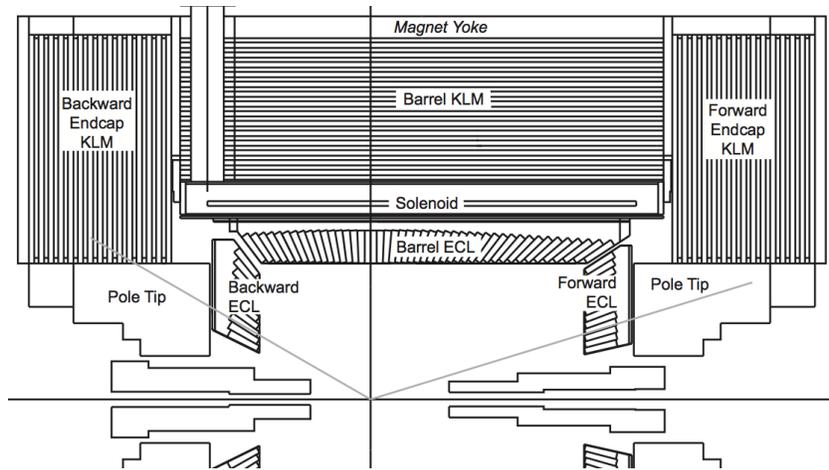


Figura 4.10: Ubicación en el detector de los sistemas ECL y KLM.

#### 4.2.5. El calorímetro electromagnético (ECL)

Una gran cantidad de mesones B generados en la colisión decaen en partículas neutras que a su vez al decaer proporcionan una gran cantidad de fotones. Es por esto que en Belle II se requiere de un electrocalorímetro o ECL por sus siglas en inglés, cuyas principales funciones son las de detectar fotones con gran eficiencia, determinar la energía del fotón así como su dirección de propagación y de manera secundaria la identificación de electrones. Está constituido por bloques de yoduro de cesio (CsI), ya que este compuesto proporciona una respuesta rápida como centellador. Dadas sus características geométricas el ECL cubre la región angular  $12.4^\circ < \theta < 155.1^\circ$  a partir del punto de interacción.

#### 4.2.6. Detectores de kaones y muones (KLM)

El detector KLM por sus siglas en inglés consiste de placas de acero de 4.7 cm de grosor con cámaras de placas resistivas (RCP por sus siglas en inglés) entre ellas, colocadas por fuera del solenoide superconductor en forma octagonal.

La identificación de muones inicia con la reconstrucción de una trayectoria de partícula cargada en la CDC. Cada trayectoria es extrapolada hacia fuera de la CDC identificándola como pión. Si un muón impacta en la RCP esta generará un fotón que es recuperado por fibra óptica y enviado a un fotodetector. Técnicas de reconstrucción en las RCP permiten discriminar si la trayectoria detectada en la CDC pertenece realmente a un muón. En el caso de kaones el proceso es similar pero las técnicas de reconstrucción son más complejas debido a los decaimientos hadrónicos que se producen dentro de las RCP.

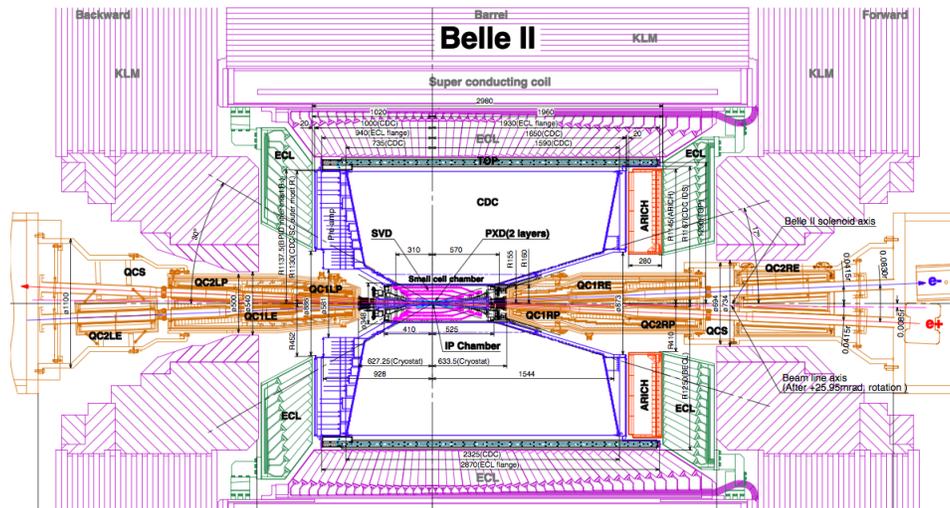


Figura 4.11: Vista superior del detector donde puede observarse la ubicación de cada una de las componentes.

### 4.3. El framework Basf2

Basf2 (Belle Analysis Framework 2) [45] es el conjunto estandarizado de módulos de software utilizados en Belle II para el análisis de eventos que ocurren durante las colisiones en el detector. La estructura de Basf2 se basa en una cadena de módulos que son ejecutados linealmente mientras interactúan de manera global con un almacén de datos (Ver Fig. 4.12). Las tareas de los módulos van desde la lectura y escritura de datos, la simulación, la reconstrucción y el análisis, por poner algunos ejemplos.

Parte de la funcionalidad que Basf2 ofrece es la capacidad de generar decaimientos utilizando técnicas de Monte Carlo y simular la respuesta de cada una de las partes del detector a las partículas generadas con el fin de, por ejemplo, estimar la cantidad de ruido que puede esperarse al buscar un proceso dentro de los datos almacenados.

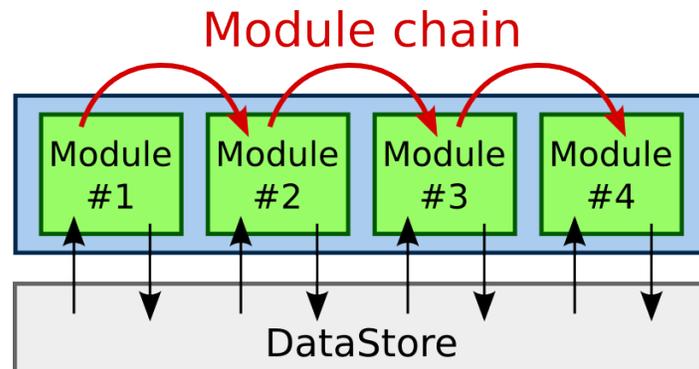


Figura 4.12: Estructura de módulos de Basf2.

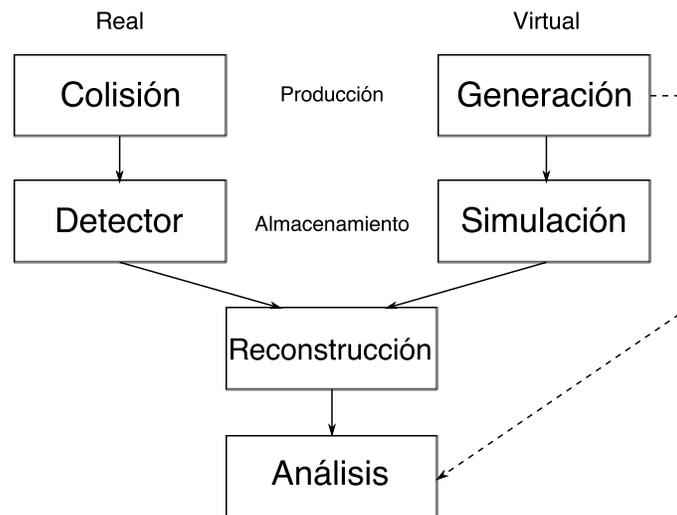


Figura 4.13: Flujo de datos en eventos producidos por colisiones reales (izquierda) y en generadores de Monte Carlo (derecha).

### 4.3.1. Generación: EvtGen

El método de Monte Carlo es un método numérico utilizado para evaluar expresiones cuya complejidad no permite su solución analítica o la hace muy costosa en recursos. Está basado en la generación de números aleatorios y su principal aplicación es la evaluación de integrales en varias dimensiones [46]. En el caso de la generación de eventos, la complejidad de las integrales en el espacio fase, la cantidad de variables a

integrar en cada decaimiento y la naturaleza aleatoria propia de la teoría inducen a las técnicas de Monte Carlo como la herramienta adecuada para determinar la cinemática de las partículas durante los procesos [47]. A la fecha existen una gran cantidad de paquetes de generación de eventos, ya sea de propósito general como Pythia [48] e Isajet [49], o especializados en procesos específicos como Taoula [50] y EvtGen [51], los cuales utilizan como núcleo generadores de propósito general.

La generación de eventos dentro de Basf2 utiliza el módulo de software EvtGen, el cual utiliza como núcleo la generación en Pythia y está especializado en decaimientos de mesones B generados a partir de la resonancia  $\Upsilon(4S)$ . EvtGen está diseñado para simular correctamente las distribuciones angulares y dependientes del tiempo en decaimientos secuenciales de mesones B. Para su funcionamiento, EvtGen requiere de dos archivos: uno que contiene la información de los parámetros de las partículas, incluyendo su ID de acuerdo a la numeración indicada en el PDG [20, 52], y otro que describe los decaimientos secuenciales de mesones B y productos observados hasta la fecha, conocido como archivo DEC. Es posible introducir en el módulo otro archivo DEC que sobrescribe los decaimientos, esto con el fin de modificar las razones de decaimiento o buscar decaimientos no listados en el PDG.

Al finalizar la generación, EvtGen coloca en el almacén de datos los parámetros cinemáticos de cada partícula involucrada en los decaimientos. A partir de este punto se pueden extraer en un archivo para un análisis directo, o bien, ser conservados en el almacén para su posterior uso en el módulo de simulación.

#### 4.3.2. Simulación: Geant4

Geant4 [53] es un paquete de software orientado a objetos que proporciona herramientas para la simulación del paso de partículas a través de la materia. Abarca muchos aspectos del proceso de simulación tales como la geometría del detector, los materiales utilizados, las partículas fundamentales de interés, la trayectoria de las partículas a

través de los materiales y la aplicación de campos electromagnéticos externos, la respuesta de detectores y generación de señales, la visualización y el almacenamiento de datos.

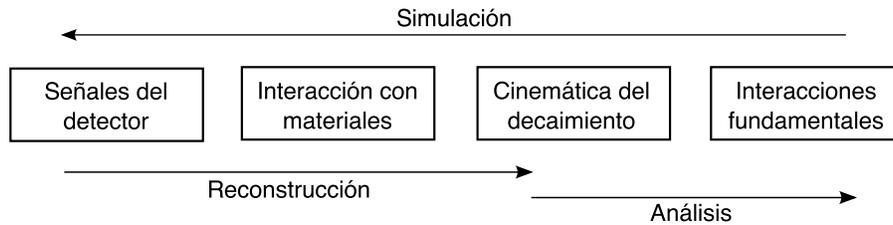


Figura 4.14: Flujo de información durante una simulación, en la cual se da por correcto un modelo de interacción y se busca la respuesta del detector generada por el modelo.

El módulo de Geant4 implementado en Basf2 contiene en archivos XML la información de la geometría del detector y los materiales utilizados, lo cual simplifica en gran medida el proceso ya que simplemente toma la información de generación almacenada por EvtGen y simula el paso de las partículas finales en los decaimientos a través de los materiales del detector, recopilando información de respuesta en cada una de sus partes. La información de la simulación es almacenada en un archivo DST (Data Summary Tapes) para la posterior reconstrucción de los eventos.

### 4.3.3. Análisis: ROOT

Se espera que la respuesta de las partes del detector y la reconstrucción de los eventos generen una gran cantidad de datos, ya sea en colisiones o en simulación. En efecto, cada evento reconstruido en Belle II requiere de 300 kB, y con la luminosidad más alta estimada en SuperKEKB se espera una tasa de almacenamiento de 1.8 GB/s, por lo cual se requiere de herramientas especializadas de análisis para manejar tal cantidad de información.

ROOT [54] es un paquete de software especializado en física de partículas que proporciona las herramientas necesarias para manejar una gran cantidad de datos de ma-

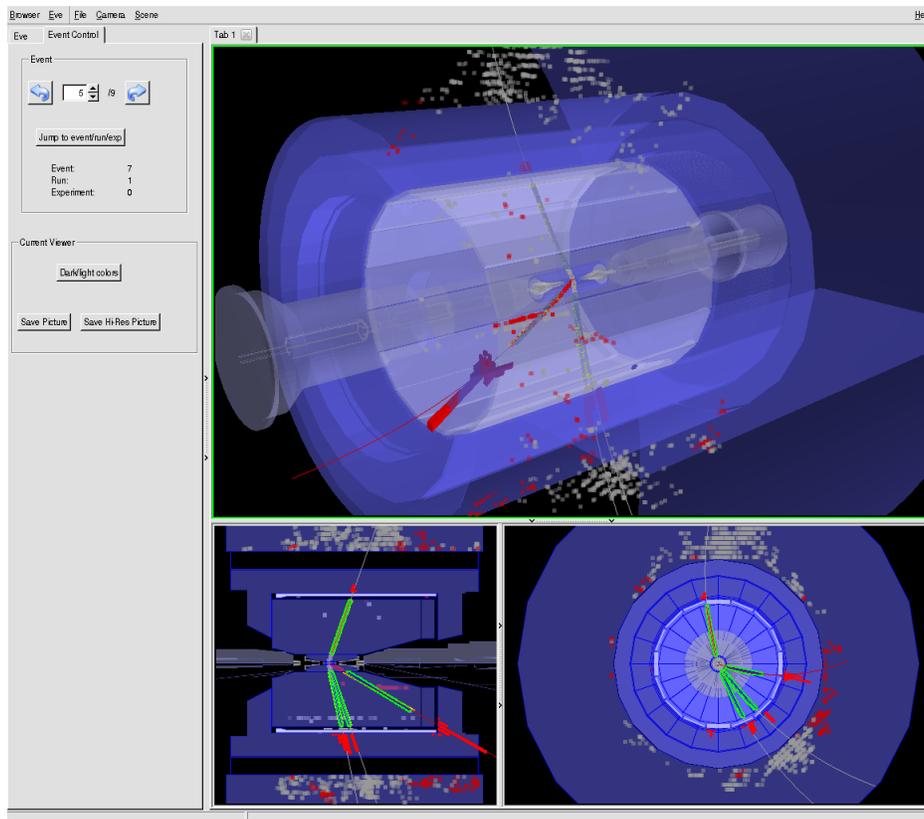


Figura 4.15: Visualización de eventos en ROOT a partir de datos generados por la simulación en Geant4.

nera eficiente. Está basado en el lenguaje de programación C++ por lo cual hereda su paradigma orientado a objetos. ROOT organiza la información en objetos tales como histogramas, gráficas en varias dimensiones y árboles que permiten consultas y análisis de datos. La estructura básica de datos está definida por la clase `TTree` la cual crea árboles que organizan objetos en ramas independientes. Un objeto `NTuple` es un árbol que contiene únicamente escalares.

Tanto EvtGen como Geant4 almacenan la información en `NTuples` dentro de los archivos DST, para posteriormente ser analizados utilizando las bibliotecas incluidas en ROOT (Ver Fig. 4.16).

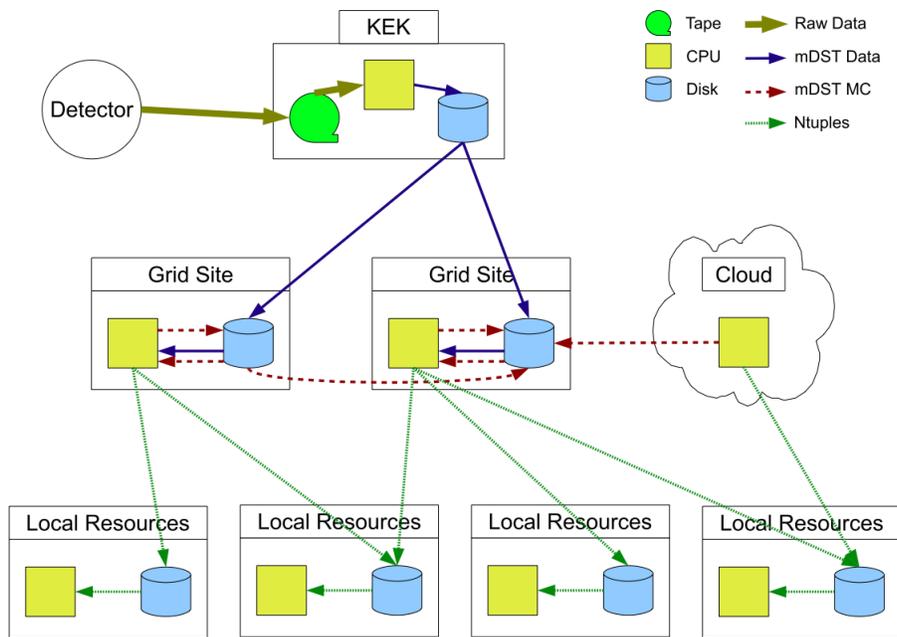


Figura 4.16: Diseño del flujo de datos dentro de la colaboración Belle II. Por el momento sólo se cuenta con archivos DST generados en simulaciones con métodos de Monte Carlo.

## Capítulo 5

# Análisis de Resultados

Durante el desarrollo del presente trabajo no se cuenta aún con datos del experimento debido a que aún no se han iniciado operaciones de captura de datos para búsqueda de nueva física, razón por la cual se trabaja únicamente con simulaciones construidas en el framework Basf2. La versión utilizada del framework es `build-2014-07-04`, ejecutándose sobre el sistema de cómputo central del KEK (KEKCC) y utilizando Python versión 2.7.6 para el manejo de los módulos. Posterior a la simulación, los datos son analizados para determinar la cantidad de ruido esperado al buscar el proceso  $B^0 \rightarrow D^- \pi^- \mu^+ \mu^+$ . Del mismo modo, el análisis permite calcular la eficiencia de reconstrucción del proceso. Determinados estos parámetros es posible estimar un límite superior a la razón de decaimiento del proceso de interés, utilizando el método de Feldman Cousins [55] para este fin.

### 5.1. Simulación y reconstrucción de señal

Simular el decaimiento  $B^0 \rightarrow D^- \pi^- \mu^+ \mu^+$  dentro del detector requiere su generación utilizando el módulo EvtGen. Debido a que este canal no ha sido observado no se encuentra en el archivo DEC, que es el archivo que EvtGen utiliza para determinar a

que canales puede decaer cada partícula. Con el fin de forzar la generación de únicamente este canal es necesario sobrescribir el archivo DEC.

El script que sobrescribe el decaimiento del mesón B está dado por

```
Define dm 0.507e12

Alias MyB0          B0
Alias Myanti-B0     anti-B0
ChargeConj MyB0     Myanti-B0
Alias MyD-          D-

Decay Upsilon(4S)
1.00 MyB0          Myanti-B0      VSS_BMIX dm;
Enddecay

Decay MyB0
1.00 MyD-          pi-            mu+            mu+            PHSP;
Enddecay

Decay MyD-
1.00 K+            pi-            pi-            D_DALITZ;
Enddecay

Decay Myanti-B0
Enddecay

End
```

La instrucción `Alias` se utiliza para sobrescribir los canales a los cuales puede decaer la

partícula de interés. `ChargeConj` indica explícitamente pares de partícula-antipartícula. Cada decaimiento en la cadena inicia con `Decay` y finaliza con `Enddecay`, indicando la razón de decaimiento al inicio de cada línea, los productos del decaimiento y el modelo utilizado. Cuando no se indica un canal de decaimiento en alguna de las partículas de la cadena EvtGen utiliza esa partícula como estable.

El modelo de decaimiento PHSP genera señales de manera uniforme sobre el espacio fase y se utiliza en el decaimiento de interés, dado que no existe un modelo aceptado de la dinámica que involucre neutrinos estériles. `VSS_BMIX` está especializado en generar pares de B a partir de  $\Upsilon(4S)$  y toma como parámetro la diferencia de masas  $\Delta m$ . El modelo `D_DALITZ` genera decaimientos de mesones D incluyendo resonancias. Los detalles de cada modelo pueden ser consultados en el manual de EvtGen [56].

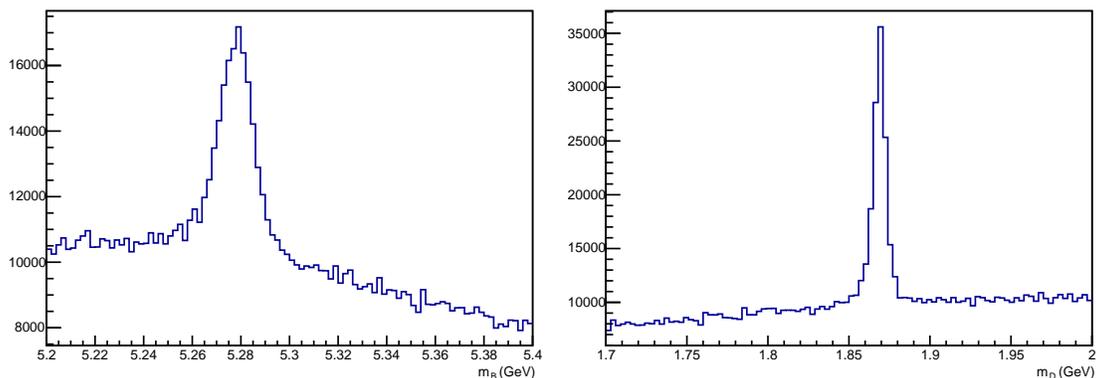


Figura 5.1: Histograma de la masa invariante de los mesones  $B^0$  y  $D^0$  reconstruidos después de la simulación.

Una vez generados los eventos, la información cinemática de las partículas en estado final se conserva en el almacén de datos para ser utilizada por Geant4 en la simulación. Para la reconstrucción se busca primero un mesón  $D^-$  por medio del decaimiento  $D^- \rightarrow K^+\pi^-\pi^-$  cuya razón de decaimiento ha sido medida

$$BR(D^- \rightarrow K^+\pi^-\pi^-) = (9.13 \pm 0.19)\%, \quad (5.1)$$

para posteriormente verificar que su vértice coincide con el de un mesón  $\pi^-$  y un par de antimuones  $\mu^+$ . La ventana de masa en la cual se analiza el proceso es  $5.2 \text{ GeV} < m_B < 5.4 \text{ GeV}$  (Ver Fig. 5.1).

Para determinar los procesos que pueden actuar como ruido en la búsqueda de la señal es necesario revisar la lista de canales a los cuales un mesón  $B$  puede decaer e identificar cuales podrían ser confundidos como señal. Para el presente trabajo se consideran como posibles fuentes de ruido los canales  $B^0 \rightarrow D^- \pi^+ \pi^+ \pi^-$  y  $B^0 \rightarrow D^- K^+ \pi^+ \pi^-$ , los cuales han sido observados experimentalmente y cuya razón de decaimiento ha sido determinada [20]

$$\begin{aligned} BR(B^0 \rightarrow D^- \pi^+ \pi^+ \pi^-) &= (6.4 \pm 0.7) \times 10^{-3}, \\ BR(B^0 \rightarrow D^- K^+ \pi^+ \pi^-) &= (3.8 \pm 0.9) \times 10^{-4}, \end{aligned} \quad (5.2)$$

ya que si en la reconstrucción se confunde un  $\pi^+$  o un  $K^+$  con un  $\mu^+$  se obtiene un falso positivo en la señal (Ver Fig. 5.2).

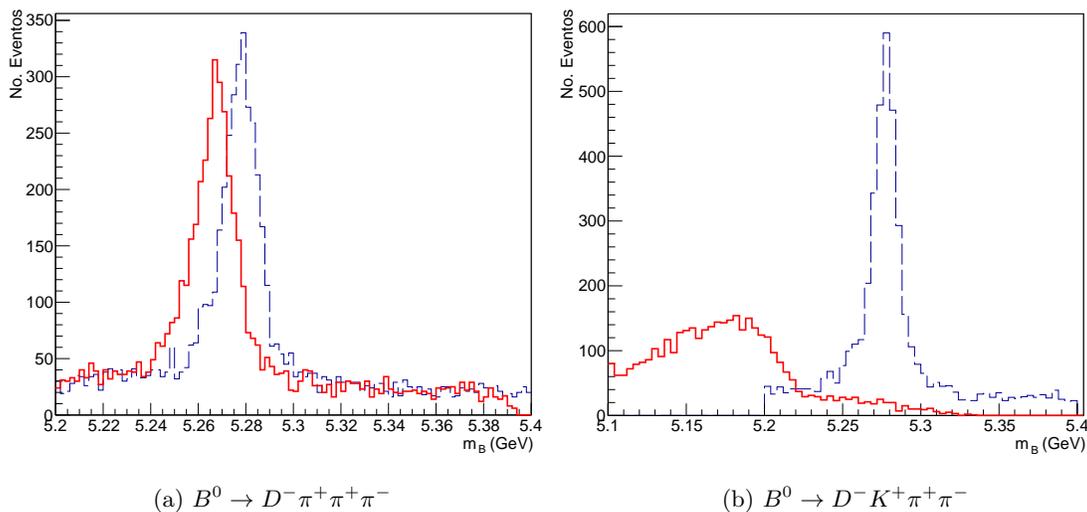


Figura 5.2: Histograma de los canales de ruido. La línea sólida representa la reconstrucción al confundir (a) Dos piones con dos antimuones, (b) Un pión y un kaón con dos antimuones.

## 5.2. Árboles de decisión con *boost*

A pesar de que en las simulaciones es sencillo controlar a que canal pertenece cada evento que se procesa, al trabajar con datos reales no hay una forma inmediata de determinarlos. Es por esa razón que se requieren técnicas de análisis multivariable que sean capaces de discriminar de la mejor forma posible si un evento reconstruido pertenece a la señal, o bien a uno de los canales de ruido. Un árbol de decisión con *boost* (o BDT, por sus siglas en inglés) cumple con este propósito.

Un BDT es una estructura clasificadora binaria que utiliza variables que los eventos de señal y ruido tienen en común para discriminar a cual de los dos conjuntos pertenece un evento (Ver Fig. 5.3). Se le conoce como máquina de aprendizaje ya que requiere de una etapa de entrenamiento, en la cual recibe una muestra de señal y una muestra de ruido para ajustar los parámetros que utiliza en las decisiones binarias. El *boosting* se refiere a la construcción de un conjunto de árboles a los cuales se va ajustando el peso estadístico en función de la calidad de la separación.

Implementar un BDT para poder clasificar los datos almacenados en los NTuples requiere el uso de la clase TMVA contenida en ROOT [57], la cual requiere ajustar algunos parámetros para su operación.

Opción	Valor	Descripción
<code>NTrees</code>	200	Número de árboles a crear
<code>nEventsMin</code>	20	Mínimo de eventos en un nodo final
<code>BoostType</code>	AdaBoost	Tipo de <i>boosting</i>
<code>SeparationType</code>	GiniIndex	Criterio de separación en un nodo
<code>PruneMethod</code>	CostComplexity	Metodo para eliminar nodos no significativos

Tabla 5.1: Opciones utilizadas en TMVA para la implementación del BDT.

Para la etapa de entrenamiento y pruebas del BDT se utilizó una muestra de 10 mil

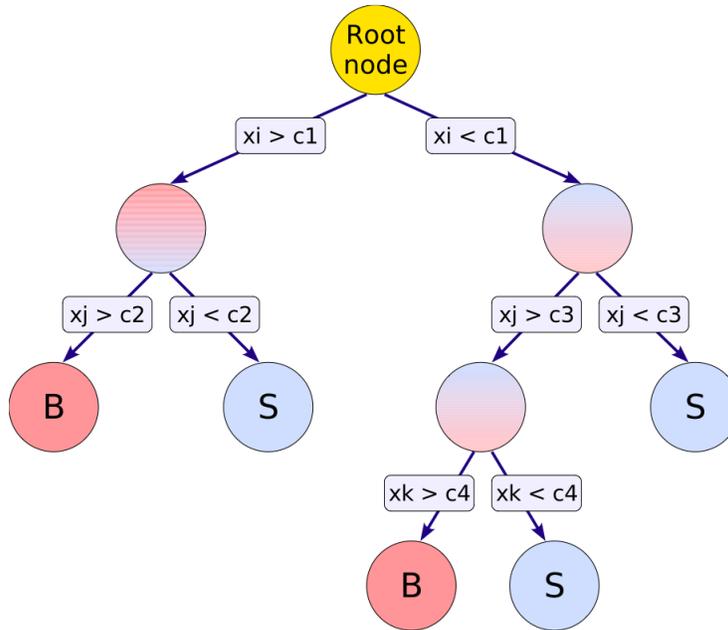


Figura 5.3: Esquema de funcionamiento de un BDT. Iniciando en el nodo raíz, se produce una secuencia de decisiones binarias utilizando las variables discriminatorias  $x_i$ . Al final de cada una de las ramas se etiquetan los nodos como S o B dependiendo si contiene una mayoría de eventos de señal o de ruido. Los parámetros  $c_i$  se fijan durante la etapa de entrenamiento.

eventos de señal y 10 mil eventos por canal de ruido, estadísticamente independientes a las muestras que se desea separar. El 30% de la muestra se utilizó para el entrenamiento y el restante para pruebas. Las variables utilizadas en el BDT (Ver Fig. 5.4) son

- $\cos(\theta_B)$ : Ángulo azimutal de la dirección de vuelo del mesón  $B^0$  en el sistema CM.
- $M_\mu$ : Suma de la masa invariante de los antimuones.
- $\Delta E$ : Energía del mesón  $B^0$  menos la energía del haz en el sistema CM.
- $\mu_{\text{PID}}$ : Probabilidad de identificación del antimuón.
- $P_t(M)$ : Momento transversal del mesón M en el sistema CM.

- $\eta(M)$ :  $-\ln(\tan(\theta/2))$ , donde  $\theta$  es el ángulo entre el eje del haz y el momento de la partícula en el sistema CM.

En la etapa de entrenamiento la clase TMVA analiza la correlación entre las variables, esto con el fin de evitar pasos innecesarios en la separación (Ver Fig. 5.5).

Después del entrenamiento el BDT realiza una prueba de separación con la fracción restante de la muestra (Ver Fig. 5.7). El resultado muestra que el BDT ha sido entrenado satisfactoriamente, ya que las muestras de entrenamiento y prueba coinciden.

Colocar un límite superior en la razón de decaimiento requiere la estimación del número de eventos de ruido que pueden ser confundidos como señal durante la búsqueda del proceso en datos generados por el detector. Para este fin, una vez garantizado el entrenamiento adecuado del BDT se procede a su implementación para separar una muestra generada en Basf2 de 100 mil eventos de señal, 200 mil eventos del decaimiento  $B^0 \rightarrow D^- \pi^+ \pi^+ \pi^-$  y 100 mil eventos del proceso  $B^0 \rightarrow D^- K^+ \pi^+ \pi^-$ , los cuales servirán para determinar tanto la eficiencia del detector como el número esperado de eventos de ruido.

Durante la etapa de separación el BDT asigna a cada evento del NTuple un nuevo parámetro

$$bdt = \frac{1}{N} \sum_N (-1)^n, \quad (5.3)$$

donde  $N$  es el número total de eventos. A  $n$  se le da un valor de  $+1$  ó  $-1$  si el BDT determina que el evento corresponde a señal o a ruido. Para optimizar la separación es necesario elegir un corte en la variable  $bdt$ , el cual elimine lo mejor posible el número de eventos de ruido  $B$  sin reducir demasiado la eficiencia  $\epsilon$ . La optimización propuesta por Giovanni Punzi [58] elige un corte en la variable  $bdt$  tal que la función

$$\frac{\epsilon}{a/2 + \sqrt{B}}, \quad (5.4)$$

se maximize (Ver Fig. 5.7), donde  $a = 1.644$  corresponde al número de desviaciones estandar para un nivel de confianza del 90%. Para la muestra utilizada en este trabajo

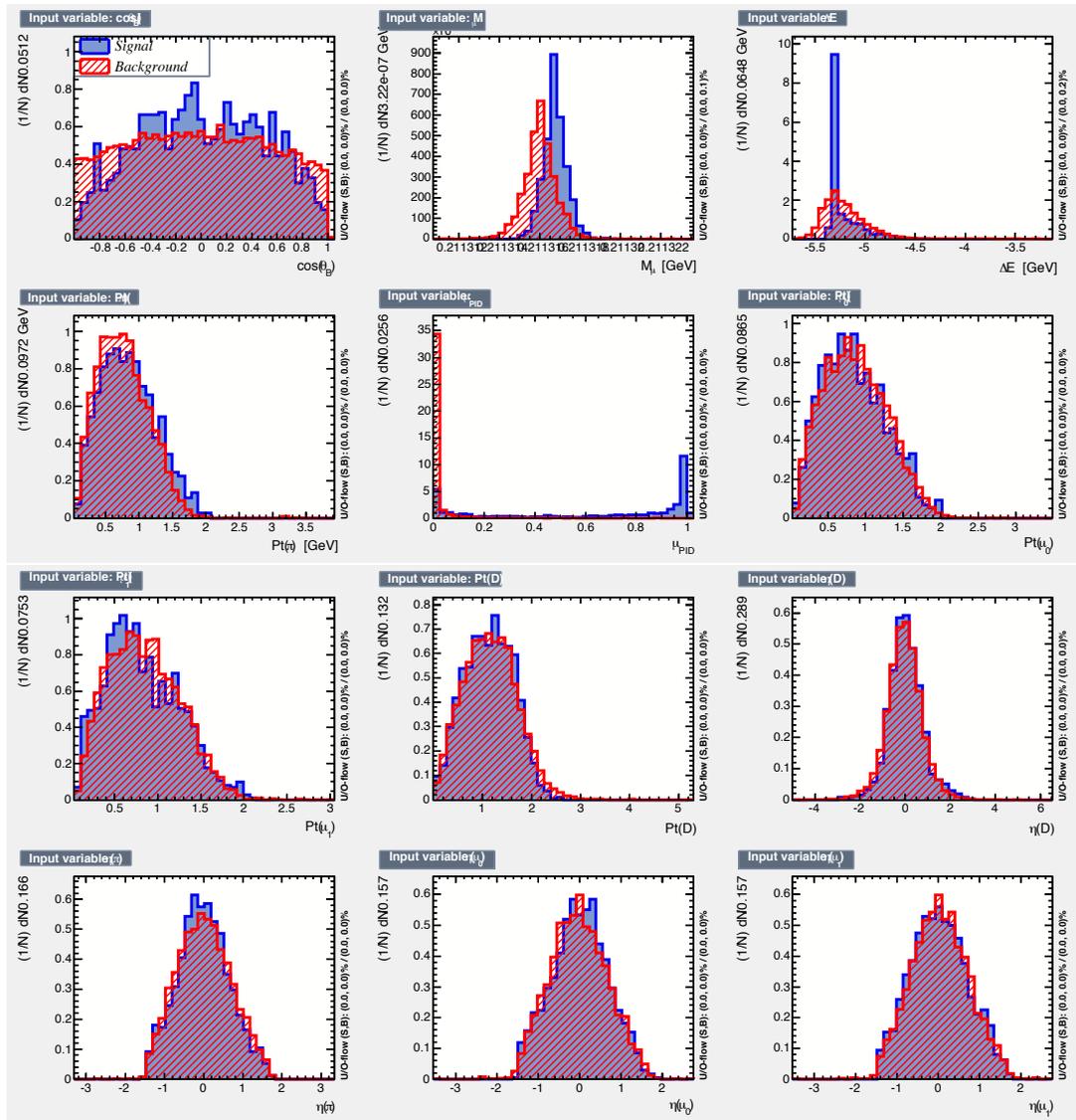


Figura 5.4: Histogramas de las variables utilizadas durante el entrenamiento del BDT, en donde se distinguen las muestras de señal y ruido.

se determinó que el corte óptimo ocurre en  $bdt = 0.2802$ .

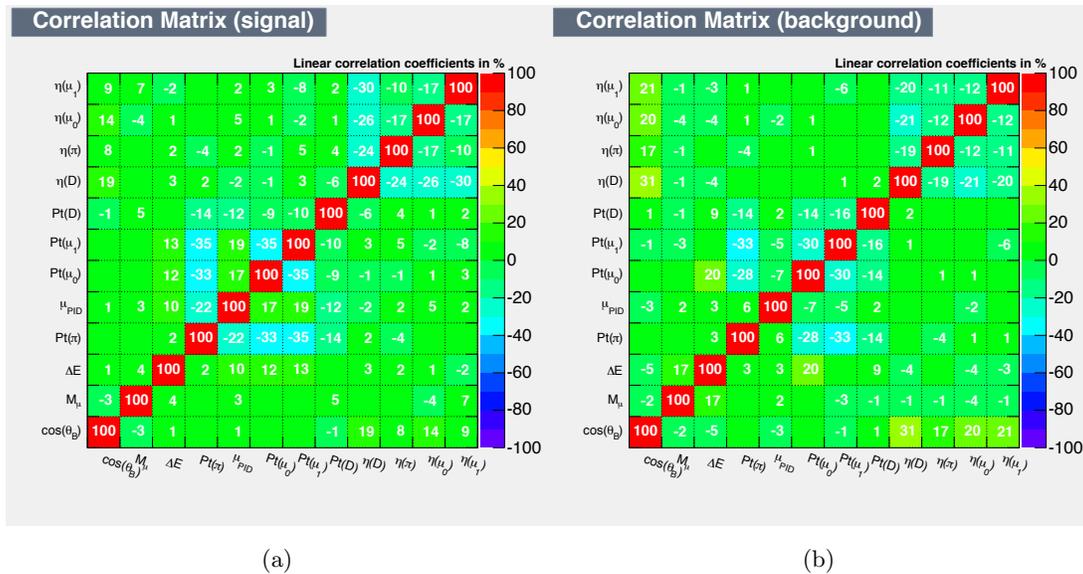


Figura 5.5: Matriz de correlación de las variables utilizadas en (a) Señal, (b) Ruido.

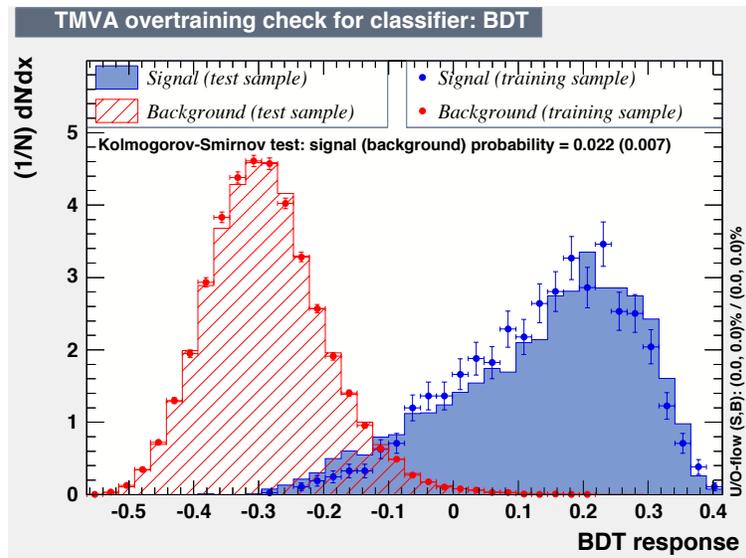


Figura 5.6: Prueba de sobre-entrenamiento para probar la capacidad de separación del BDT.

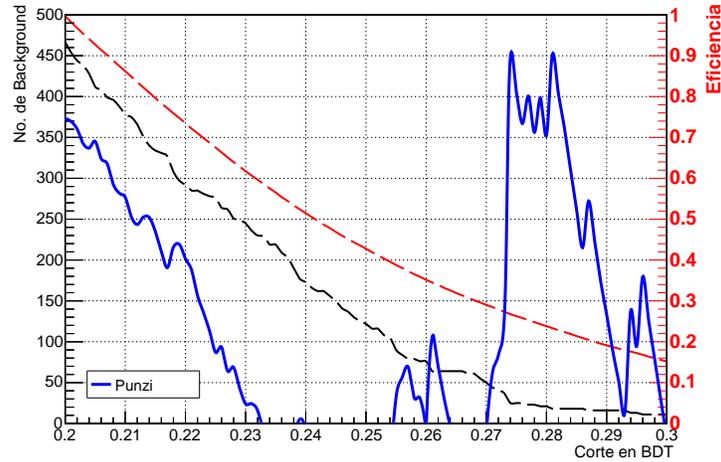


Figura 5.7: Optimización del corte en BDT utilizando el criterio de Giovanni Punzi [58] para un nivel de confianza del 90%. El corte óptimo ocurre en  $bdt = 0.2802$ .

### 5.3. Eficiencia

Definido el corte óptimo en la variable  $bdt$  se procede a la separación de la muestra generada en Basf2. Independientemente del resultado del BDT, la simulación permite tener un control de la naturaleza de señal o ruido de cada uno de los eventos, razón por la cual es posible conocer el número de eventos de señal que pasan el filtro del corte una vez finalizada la separación y así calcular la eficiencia. Estos eventos son almacenados en un nuevo NTuple para ser analizados utilizando la herramienta RooFit [59], que permite a partir de ajustes en el histograma de masa invariante del  $B^0$  determinar el número de eventos de señal, eliminando el ruido combinatorio generado de reconstrucciones incorrectas de las partículas en estado final. En el ajuste se utilizó un modelo Gaussiano para la señal y un modelo lineal para el ruido combinatorio, con los cuales se determinó una identificación de 19,255 eventos de los 100 mil generados inicialmente, por lo cual la eficiencia de reconstrucción y corte es  $\epsilon = 19.25\%$  (Ver Fig. 5.8).

El ajuste en RooFit también permite definir una ventana de masa para los eventos

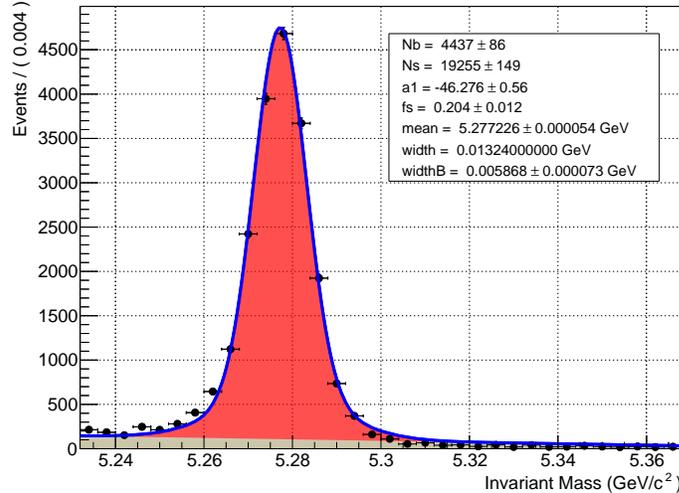


Figura 5.8: Ajuste en la masa del mesón  $B^0$  después del filtro de corte en la variable  $bdt$ . El número de eventos de señal estimado es de 19,255. La ventana de masa del mesón  $B^0$  para los eventos de señal es 5.251 - 5.303 GeV.

de señal en función del ancho en el ajuste del modelo Gaussiano, determinando que la masa invariante del mesón  $B^0$  reconstruido debe estar dentro de la región 5.251 - 5.303 GeV.

#### 5.4. Estimación de ruido

La optimización muestra que una fracción de eventos de ruido pasan el filtro de corte en la variable  $bdt$ , razón por la cual se debe estimar el número de eventos que pueden confundirse como eventos de señal. Nuevamente la simulación permite tener un control sobre el canal al cual pertenece cada evento, de modo que después del corte se realiza un conteo de eventos de ruido cuya masa invariante del mesón  $B^0$  reconstruido se encuentre dentro de la región 5.251 - 5.303 GeV. Se obtienen seis eventos del canal  $B^0 \rightarrow D^- \pi^+ \pi^+ \pi^-$ , mientras que el canal  $B^0 \rightarrow D^- K^+ \pi^+ \pi^-$  no presenta ningún evento

dentro de la región de masa establecida (Ver Fig. 5.9).

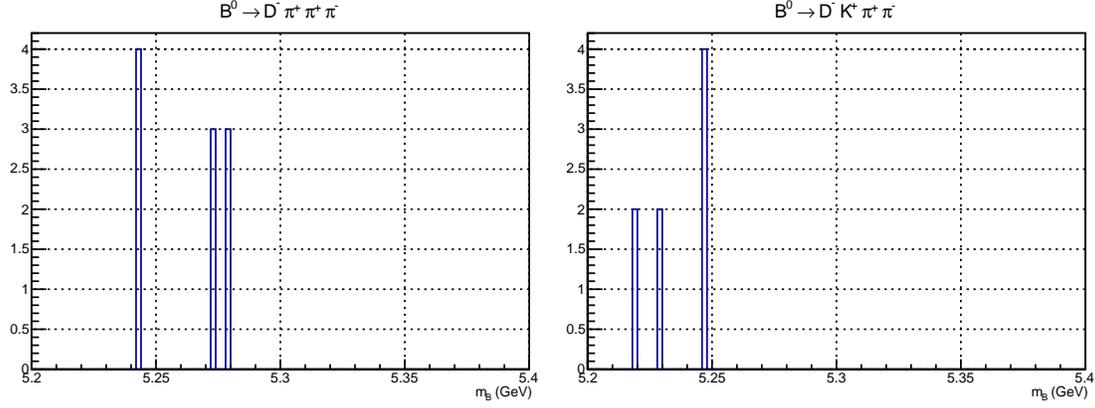


Figura 5.9: Eventos por canal de ruido que pasan el filtro de corte en la variable  $bdt$ .

Es necesario reescalar el número de eventos de ruido en función de su razón de decaimiento (5.2), de modo que el ruido estimado dependerá de la luminosidad integrada  $L_{int}$  de los datos utilizados. En efecto, el ruido esperado es

$$N_{bkg} = L_{int} \cdot \sigma(e^+e^- \rightarrow b\bar{b}) \cdot f(\bar{b} \rightarrow B^0) \cdot BR(B^0 \rightarrow D^- \pi^+ \pi^+ \pi^-) \cdot BR(D^- \rightarrow K^+ \pi^- \pi^-) \cdot \epsilon_{bkg}, \quad (5.5)$$

donde  $\sigma(e^+e^- \rightarrow b\bar{b}) = 1.1$  nb es la sección de dispersión de pares  $b\bar{b}$  en la colisión,  $f(\bar{b} \rightarrow B^0) = 40.1\%$  es la fracción de hadronización del quark  $b$  a un mesón  $B^0$  y las razones de decaimiento son conocidas. La eficiencia del ruido es  $\epsilon_{bkg} = 6/200000$ , considerando que sólo se observan seis eventos de los 200 mil generados dentro de la región de masa previamente establecida.

### 5.5. Sensibilidad en el BR del decaimiento $B^0 \rightarrow D^- \pi^- \mu^+ \mu^+$

Una vez determinado el ruido esperado en función de la luminosidad integrada es posible colocar un límite superior en el número esperado de eventos de señal utilizando el método de Feldman y Cousins [55]. Fijando un nivel de confianza y utilizando el

número de eventos de ruido esperado y el número de eventos de señal medidos  $N_s$ , la clase de ROOT `TFeldmanCousins` determina un intervalo de confianza en el número de eventos de señal.

El límite superior  $N_{sup} = N_{sup}(N_s, N_{bkg})$  del intervalo de confianza se utiliza para determinar un límite superior en la razón de decaimiento del proceso de interés, ya que

$$N_{sup} \geq N_s = L_{int} \cdot BR(B^0 \rightarrow D^- \pi^- \mu^+ \mu^+) \cdot \Lambda, \quad (5.6)$$

donde

$$\Lambda = \sigma(e^+ e^- \rightarrow b\bar{b}) \cdot f(\bar{b} \rightarrow B^0) \cdot BR(D^- \rightarrow K^+ \pi^- \pi^-) \cdot \epsilon, \quad (5.7)$$

con lo cual, es posible determinar en función de la luminosidad integrada

$$BR(B^0 \rightarrow D^- \pi^- \mu^+ \mu^+) \leq \frac{N_{sup}}{\Lambda \cdot L_{int}}. \quad (5.8)$$

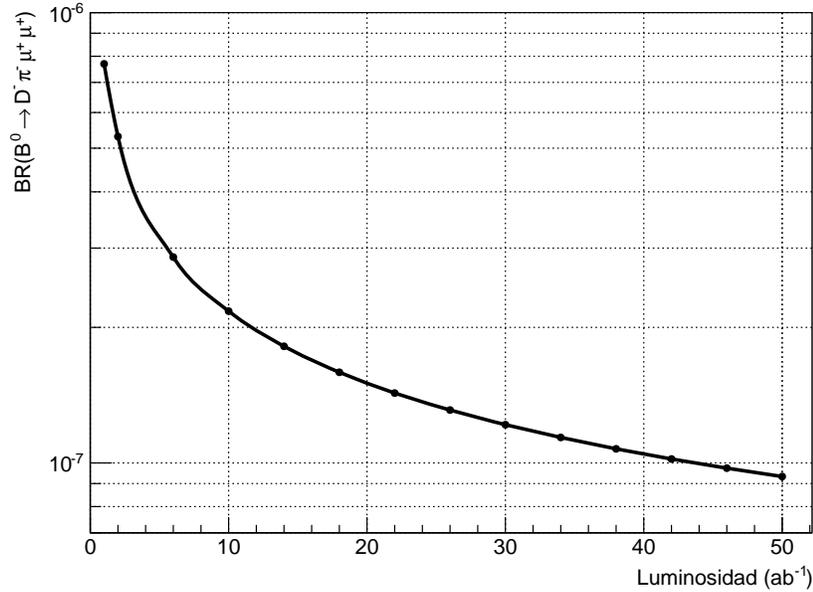


Figura 5.10: Sensibilidad en la razón de decaimiento del proceso  $B^0 \rightarrow D^- \pi^- \mu^+ \mu^+$  para un nivel de confianza del 90% en función de la luminosidad integrada.

Nótese que el límite superior  $N_{sup}$  depende del número de eventos medidos, sin embargo en realidad no es posible determinar con simulaciones cuantos eventos de señal se espera medir debido a que se desconoce el valor de la razón de decaimiento del proceso. Es por esa razón que se reporta la sensibilidad de la razón de decaimiento del proceso definida como el promedio del límite superior determinado con todos los valores posibles de  $N_s$ , o bien

$$BR(B^0 \rightarrow D^- \pi^- \mu^+ \mu^+) \leq \sum_{N_s} \frac{N_{sup}(N_s, N_{bkg})}{\Lambda \cdot L_{int}} \cdot P(N_s | N_{bkg}), \quad (5.9)$$

donde  $P(N_s | N_{bkg})$  es la densidad de probabilidad de Poisson, dada por

$$P(n|\lambda) = \frac{\lambda^n e^{-\lambda}}{n!}. \quad (5.10)$$

Estimada la sensibilidad en el BR del proceso (Ver Tabla 5.2 y Fig. 5.10) la expresión (3.30) es de utilidad para determinar regiones de exclusión en el espacio de parámetros  $(|V_{\mu N}|^2, m_N)$  al fijar distintos valores de luminosidad e integrar numéricamente (Ver Fig. 5.11). Los valores de luminosidad considerados van de 1 a  $50 \text{ ab}^{-1}$ , que coinciden con las luminosidades integradas que se han estimado alcanzar durante la captura de datos en Belle II (Ver Fig. 4.4).

$L_{int}$ ( $\text{ab}^{-1}$ )	$N_{bkg}$	Sensibilidad ( $10^{-7}$ )
1	7.73	7.6948
2	16.27	5.3079
4	32.55	3.57692
6	48.83	2.86477
8	65.11	2.44512
10	81.39	2.17309
12	97.67	1.96997
14	113.95	1.81561
16	130.23	1.69128
18	146.51	1.58977
20	162.78	1.50305
22	179.06	1.42949
24	195.34	1.366
26	211.62	1.31065
28	227.90	1.26119
30	244.18	1.21608
32	260.46	1.17543
34	276.73	1.13928
36	293.01	1.10531
38	309.29	1.07476
40	325.57	1.04653
42	341.85	1.02041
44	358.12	0.996199
46	374.41	0.973693
48	390.68	0.95202
50	406.96	0.932886

Tabla 5.2: Sensibilidad en la razón de decaimiento para un nivel de confianza del 90 % y ruido esperado del proceso  $B^0 \rightarrow D^- \pi^- \mu^+ \mu^+$  en función de la luminosidad integrada.

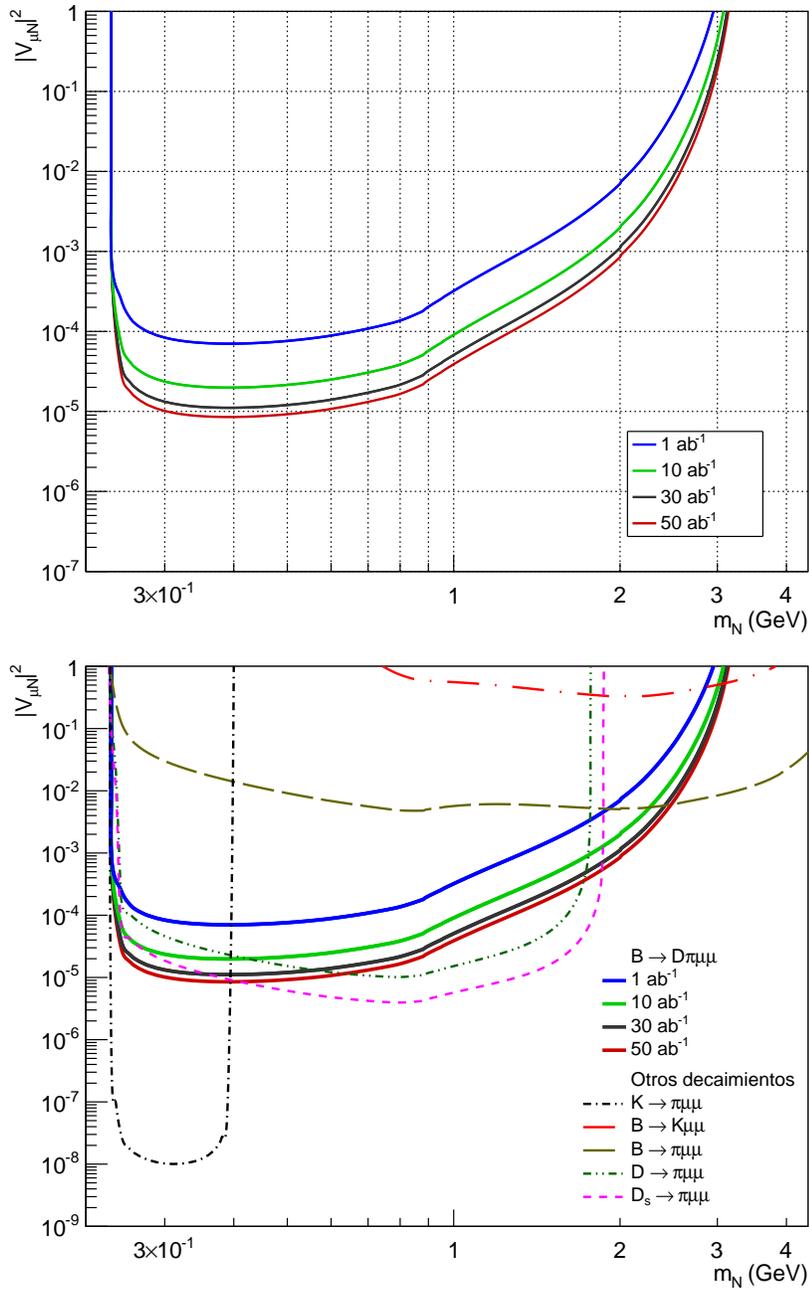


Figura 5.11: (Arriba) Regiones de exclusión para un nivel de confianza del 90% en el espacio de parámetros para distintas luminosidades, determinadas por la búsqueda del proceso  $B^0 \rightarrow D^- \pi^- \mu^+ \mu^+$ . (Abajo) Comparación de las regiones de exclusión determinadas por el proceso  $B^0 \rightarrow D^- \pi^- \mu^+ \mu^+$ , comparadas con búsquedas realizadas en otros experimentos.

# Conclusiones

Los procesos que violan la conservación de número leptónico en dos unidades ( $\Delta L = 2$ ) ponen a prueba la existencia de neutrinos de Majorana; la observación (no observación) de estos procesos permitiría determinar (acotar) los parámetros de mezcla y masa del neutrino de Majorana. De particular interés resulta el decaimiento a cuatro cuerpos  $B^0 \rightarrow D^- \pi^- \ell^+ \ell^+$ , ya que este, dadas sus características cinemáticas y contribuciones de la matriz CKM en su amplitud de decaimiento, es sensible a ser detectado en aceleradores dentro de la región donde el neutrino se produce de manera resonante al tener una razón de decaimiento mayor a sus análogos decayendo a tres cuerpos. La *B-Factory* SuperKEKB proporciona la suficiente luminosidad para aumentar la sensibilidad de observar procesos con  $\Delta L = 2$ , a pesar de la razón de decaimiento tan pequeña que se ha estimado en este tipo de procesos.

Buscar un decaimiento como  $B^0 \rightarrow D^- \pi^- \mu^+ \mu^+$  que involucra muones como partículas en el estado final beneficia a que el árbol de decisión (BDT), implementado para separar la muestra de señal y ruido, explote la capacidad de identificación de muones del KLM, ubicado en las capas exteriores del detector. El resto de variables utilizadas en el BDT no están correlacionadas entre sí y refinan la separación. Utilizar el criterio de Giovanni Punzi para optimizar el corte en la variable asignada por el BDT tiene la ventaja, respecto al criterio estándar  $S/\sqrt{S+B}$  donde  $S$  es el número de eventos de señal, de que sólo se requiere el número de eventos de ruido y la eficiencia, independientes de la razón de decaimiento de la señal que es desconocida. Cabe resaltar

que en la estimación del número de eventos de ruido no se realizó un análisis de la incertidumbre del mismo, razón por la cual fue posible utilizar el método de Feldman y Cousins para determinar intervalos de confianza. Imponer límites superiores utilizando eventos de ruido con incertidumbre requiere utilizar métodos más sofisticados que serán implementados a futuro.

En este trabajo se presenta una primera aproximación a la sensibilidad del proceso  $B^0 \rightarrow D^- \pi^- \mu^+ \mu^+$  considerando dos canales de decaimiento que actúan como ruido. Los resultados del análisis de sensibilidad arrojan que, dado que durante el primer año de captura de datos para búsqueda de nueva física el experimento Belle II acumulará una luminosidad integrada de  $1 \text{ ab}^{-1}$ , sólo se podrán excluir regiones que ya han sido cubiertas por otros experimentos (Ver Fig. 5.11). En el año 2020 la luminosidad integrada será de  $10 \text{ ab}^{-1}$  y a mitad del 2021 se alcanzará una luminosidad integrada de  $30 \text{ ab}^{-1}$ , llegando a poner límites en el parámetro de mezcla del orden de  $|V_{\mu N}|^2 < \sim 10^{-5}$  (Ver Fig. 4.4). Nótese que a la luminosidad integrada máxima de  $50 \text{ ab}^{-1}$  la cual será acumulada en el año 2023, la región de exclusión determinada por el proceso  $B^0 \rightarrow D^- \pi^- \mu^+ \mu^+$  da una confirmación de regiones previamente excluidas por otros experimentos, además de cubrir una región que no había sido excluida entre los 2 y los 3 GeV (Ver Fig. 5.12).

La sensibilidad representa un promedio pesado en los posibles eventos de señal que pueden detectarse, de modo que al comenzar a obtener datos del experimento es posible que estos límites excluyan una región mayor en el espacio de parámetros.

Para poner en perspectiva la importancia de excluir regiones en el espacio de parámetros ( $|V_{\mu N}|^2, m_N$ ) se toma como ejemplo el trabajo desarrollado por Shaposhnikow et. al. [28], en el cual se considera la extensión mínima del Modelo Estándar con tres neutrinos estériles. Con esta construcción los autores pretenden explicar las observaciones relacionadas con materia oscura (DM por sus siglas en inglés) y la asimetría bariónica del universo (BAU), determinando regiones dentro del espacio de parámetros de masa y mezcla del neutrino de Majorana, en las cuales el modelo sería congruente con dichas

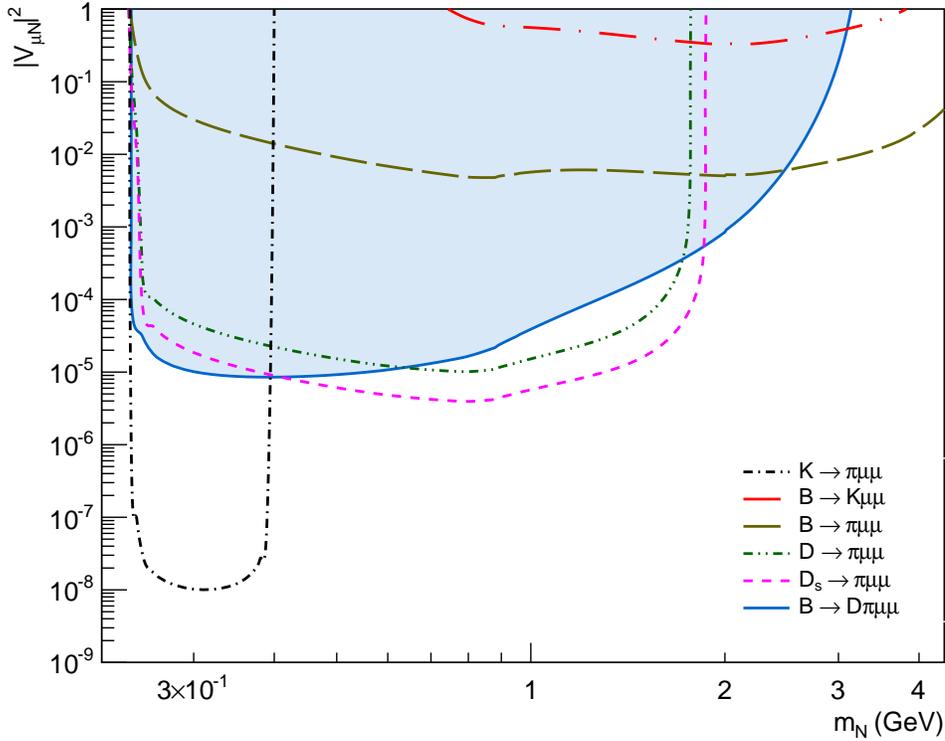


Figura 5.12: Región de exclusión determinada por el proceso  $B^0 \rightarrow D^- \pi^- \mu^+ \mu^+$  con la luminosidad máxima esperada en Belle II comparada con búsquedas realizadas en otros experimentos.

observaciones. De acuerdo con este modelo, se requiere que uno de los neutrinos pesados de Majorana sea del orden de KeV's y que los otros dos, de masa  $M$ , sean del orden de centenas de MeV's hasta unos pocos GeV's (Ver Fig. 5.13).

Un punto importante a considerar al continuar con el desarrollo de este análisis radica en la magnitud del ancho de decaimiento  $\Gamma_N$  del neutrino pesado. Durante las simulaciones realizadas se considera al neutrino como una partícula resonante, la cual decae antes de salir de la región en la que se produce la colisión. Dado que el tiempo de vida media corresponde al inverso del ancho de decaimiento es importante analizar cual es la distancia media recorrida por el neutrino antes de decaer en partículas de estado final, ya que si esa distancia es considerable al compararla con las dimensiones

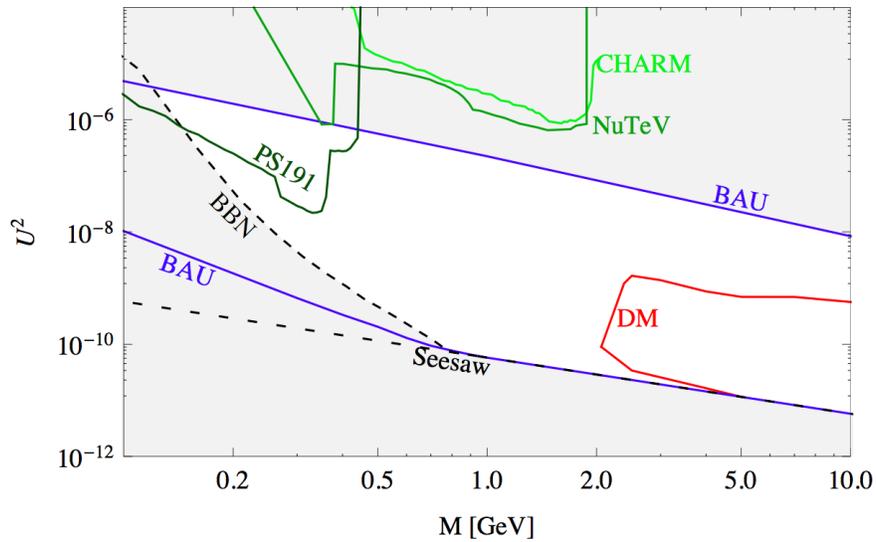


Figura 5.13: Regiones dentro de las cuales, de acuerdo al trabajo de Shaposhnikow et. al. [28], la extensión mínima del Modelo Estándar con tres neutrinos estériles, dos de ellos de masa  $\sim M$  y parámetro de mezcla  $\sim U^2$ , puede explicar las observaciones relacionadas con materia oscura (DM) y con la asimetría bariónica del universo (BAU) .

del detector la eficiencia se verá afectada. Basta que el decaimiento del neutrino se produzca dentro del KLM para reducir drásticamente la resolución, y en consecuencia, la capacidad de reconstruir el evento. Una estrategia a futuro es determinar las regiones en el espacio de parámetros para las cuales la distancia media recorrida del neutrino resonante es menor a las dimensiones del detector.

Así mismo, continuar con el análisis requiere identificar otros canales que contribuyan al ruido, ya que afectarán directamente a los límites superiores de la razón de decaimiento. Las regiones excluidas por el proceso analizado pueden mejorarse, ya sea aumentando el número de eventos generados y la eficiencia de reconstrucción, mejorando la separación entre señal y ruido buscando nuevas variables que aumentan la capacidad de discriminación del BDT, o probando nuevas técnicas de análisis multivariable que reduzcan el ruido esperado.

## Apéndice A

# Proyecciones Quirales de Partículas con Spin 1/2.

En la teoría cuántica de campos las partículas de spin 1/2 están descritas por un espinor  $\psi$  que obedece a la ecuación de Dirac

$$\left( i\gamma^\mu \frac{\partial}{\partial x^\mu} - m \right) \psi = 0, \quad (\text{A.1})$$

donde  $m$  es la masa de la partícula. Utilizando el hecho de que  $\gamma_i = \gamma_0 \gamma_5 \gamma_i$ , se tiene que al multiplicar por la izquierda  $\gamma_0$  con (A.1) la ecuación de Dirac se puede escribir como

$$\left( i \frac{\partial}{\partial x^0} - i\gamma_5 \tau_i \frac{\partial}{\partial x_i} - m\gamma_0 \right) \psi = 0, \quad (\text{A.2})$$

con  $\gamma_0^2 = 1$ . Ahora, multiplicando por la izquierda  $\gamma_5$  con (A.2) y al utilizar las relaciones de anticonmutación

$$\{\gamma^\alpha, \gamma^\beta\} = 2g_{\alpha\beta}, \quad \{\gamma^\alpha, \gamma_5\} = 0, \quad (\text{A.3})$$

siendo  $g_{\alpha\beta}$  las componentes del tensor métrico de Minkowski, se obtiene que

$$\left( i \frac{\partial}{\partial x^0} \gamma_5 - i\tau_i \frac{\partial}{\partial x_i} + m\gamma_0 \gamma_5 \right) \psi = 0, \quad (\text{A.4})$$

utilizando el hecho de que  $\gamma_5^2 = 1$ . La adición y sustracción de (A.2) y (A.4) resulta en un sistema de ecuaciones acopladas

$$\left( i \frac{\partial}{\partial x^0} (1 + \gamma_5) - i \tau_i \frac{\partial}{\partial x_i} (1 + \gamma_5) - m \gamma_0 (1 - \gamma_5) \right) \psi = 0, \quad (\text{A.5})$$

$$\left( i \frac{\partial}{\partial x^0} (1 - \gamma_5) + i \tau_i \frac{\partial}{\partial x_i} (1 - \gamma_5) - m \gamma_0 (1 + \gamma_5) \right) \psi = 0. \quad (\text{A.6})$$

De la definición (2.7) se tiene que las proyecciones quirales  $\psi_L$  y  $\psi_R$  están dadas por

$$\psi_L = \frac{1}{2}(1 - \gamma_5)\psi, \quad \psi_R = \frac{1}{2}(1 + \gamma_5)\psi, \quad (\text{A.7})$$

con las cuales las ecuaciones (A.5) y (A.6) pueden ser escritas como

$$\left( i \frac{\partial}{\partial x^0} - i \tau_i \frac{\partial}{\partial x_i} \right) \psi_R = m \gamma_0 \psi_L, \quad (\text{A.8})$$

$$\left( i \frac{\partial}{\partial x^0} + i \tau_i \frac{\partial}{\partial x_i} \right) \psi_L = m \gamma_0 \psi_R. \quad (\text{A.9})$$

En el caso de partículas con masa nula ( $m = 0$ ), las ecuaciones (A.8) y (A.9) se desacoplan en

$$i \frac{\partial}{\partial x^0} \psi_L = -i \tau_i \frac{\partial}{\partial x_i} \psi_L, \quad (\text{A.10})$$

$$i \frac{\partial}{\partial x^0} \psi_R = i \tau_i \frac{\partial}{\partial x_i} \psi_R. \quad (\text{A.11})$$

Identificando en (A.10) y (A.11) los operadores de energía  $E = i\partial/\partial x^0$  y momento lineal  $p_i = -i\partial/\partial x_i$ , es claro que para partículas de masa nula las proyecciones quirales  $\psi_{L,R}$  son eigenvectores del operador de helicidad  $\mathcal{H}$  el cual está definido por

$$\mathcal{H} = \frac{\vec{\tau} \cdot \vec{p}}{|\vec{p}|}, \quad (\text{A.12})$$

es decir,  $\psi_L$  es un espinor que representa partículas con helicidad  $\mathcal{H} = +1$  y antipartículas con  $\mathcal{H} = -1$ . Del mismo modo,  $\psi_R$  es un espinor con helicidad  $\mathcal{H} = -1$  y  $\mathcal{H} = +1$  para partículas y antipartículas, respectivamente. Así, para el caso  $m = 0$  la quiralidad y la helicidad coinciden salvo un signo que depende de la representación de las matrices  $\gamma^\mu$ .

# Referencias

- [1] James Chadwick. Possible existence of a neutron. *Nature*, 129(3252):312, 1932.
- [2] Enrico Fermi. An attempt of a theory of beta radiation. *Z. phys*, 88(161):10, 1934.
- [3] Frederick Reines and Clyde L Cowan. The neutrino. *Nature*, 178(4531):446–449, 1956.
- [4] M. Goldhaber, L. Grodzins, and A.W. Sunyar. Evidence for circular polarization of bremsstrahlung produced by beta rays. *Physical Review*, 106(4):826–828, 1957.
- [5] G. Danby, J.M. Gaillard, Konstantin Goulianos, L.M. Lederman, N. Mistry, M. Schwartz, and J. Steinberger. Observation of high-energy neutrino reactions and the existence of two kinds of neutrinos. *Physical Review Letters*, 9(1):36–44, 1962.
- [6] K Kodama, N Ushida, C Andreopoulos, N Saoulidou, G Tzanakos, P Yager, B Baller, D Boehnlein, W Freeman, B Lundberg, et al. Observation of tau neutrino interactions. *Physics Letters B*, 504(3):218–224, 2001.
- [7] Rabindra N Mohapatra and Alexei Y Smirnov. Neutrino mass and new physics. *arXiv preprint hep-ph/0603118*, 2006.
- [8] Ernest Ma and Utpal Sarkar. Neutrino masses and leptogenesis with heavy higgs triplets. *Physical Review Letters*, 80(26):5716–5719, 1998.

- 
- [9] Laurent Canetti, Marco Drewes, Tibor Frossard, and Mikhail Shaposhnikov. Dark matter, baryogenesis and neutrino oscillations from right-handed neutrinos. *Physical Review D*, 87(9):093006, 2013.
- [10] J Schechter and José WF Valle. Neutrinoless double- $\beta$  decay in  $su(2) \times u(1)$  theories. *Physical Review D*, 25(11):2951, 1982.
- [11] Anupama Atre, Tao Han, Silvia Pascoli, and Bin Zhang. The search for heavy Majorana neutrinos. *Journal of High Energy Physics*, 2009(05):030, 2009.
- [12] Jérôme Charles et al. CP violation and the CKM matrix: Assessing the impact of the asymmetric B factories. *The European Physical Journal C-Particles and Fields*, 41(1):1–131, 2005.
- [13] S. Weinberg. Nobel lectures in physics (1979). *Rev. Mod. Phys*, 52:515, 1980.
- [14] Michael Edward Peskin. *An Introduction to Quantum Field Theory*. Westview Press, 1995.
- [15] K. Zuber. *Neutrino Physics*. CRC Press, 2004.
- [16] Tsung D Lee and Chen-Ning Yang. Parity nonconservation and a two-component theory of the neutrino. *Physical Review*, 105:1671–1675, 1957.
- [17] Tadao Nakano and Kazuhiko Nishijima. Charge independence for V-particles. *Progress of Theoretical Physics*, 10(5):581–582, 1953.
- [18] Sheldon L Glashow. Partial-symmetries of weak interactions. *Nuclear Physics*, 22(4):579–588, 1961.
- [19] Peter W Higgs. Spontaneous symmetry breakdown without massless bosons. *Physical Review*, 145(4):1156, 1966.
- [20] J. Beringer et al. Review of particle physics. *Phys. Rev. D*, 86:010001, 2012.

- 
- [21] Nicola Cabibbo. Unitary symmetry and leptonic decays. *Physical Review Letters*, 10(12):531, 1963.
- [22] Makoto Kobayashi and Toshihide Maskawa. CP-violation in the renormalizable theory of weak interaction. *Progress of Theoretical Physics*, 49(2):652–657, 1973.
- [23] V Gribov and B Pontecorvo. Neutrino astronomy and lepton charge. *Physics Letters B*, 28(7):493–496, 1969.
- [24] S Fukuda, Y Fukuda, M Ishitsuka, Y Itow, T Kajita, J Kameda, K Kaneyuki, K Kobayashi, Y Koshio, M Miura, et al. Constraints on neutrino oscillations using 1258 days of Super-Kamiokande solar neutrino data. *Physical Review Letters*, 86(25):5656, 2001.
- [25] Thomas Schwetz, Mariam Tórtola, and Jose WF Valle. Three-flavour neutrino oscillation update. *New Journal of Physics*, 10(11):113011, 2008.
- [26] Ziro Maki, Masami Nakagawa, and Shoichi Sakata. Remarks on the unified model of elementary particles. *Progress of Theoretical Physics*, 28(5):870–880, 1962.
- [27] Peter Minkowski.  $\mu \rightarrow e\gamma$  at a rate of one out of 109 muon decays? *Physics Letters B*, 67(4):421 – 428, 1977.
- [28] Laurent Canetti, Marco Drewes, and Mikhail Shaposhnikov. Sterile neutrinos as the origin of dark and baryonic matter. *Physical review letters*, 110(6):061801, 2013.
- [29] Wolfgang Pauli. On the conservation of the lepton charge. *Il Nuovo Cimento*, 6(1):204–215, 1957.
- [30] N Quintero. Resonant Majorana neutrinos in semileptonic heavy quark decays. Master’s thesis, Departamento de Física, Cinvestav, 2011.

- 
- [31] Michael Moe and Petr Vogel. Double beta decay. *Annual review of Nuclear and Particle science*, 44(1):247–283, 1994.
- [32] A.S. Barabash. Experiment double beta decay: Historical review of 75 years of research. *Physics of Atomic Nuclei*, 74(4):603–613, 2011.
- [33] P Beneš, Amand Faessler, S Kovalenko, and F Šimkovic. Sterile neutrinos in neutrinoless double beta decay. *Physical Review D*, 71(7):077901, 2005.
- [34] N Quintero. *Estudios de violacion del numero leptónico en procesos resonantes inducidos por un neutrino de Majorana*. PhD thesis, Departamento de Física, Cinvestav, 2014.
- [35] D. Delepine, G. Lopez Castro, and N. Quintero. Effects of heavy Majorana neutrinos in semileptonic heavy quark decays. *J.Phys.Conf.Ser.*, 378:012024, 2012.
- [36] Jon A. Bailey, A. Bazavov, et al.  $B_s \rightarrow D_s/B \rightarrow D$  semileptonic form-factor ratios. *Phys. Rev. D*, 85:114502, Jun 2012.
- [37] D Delepine, G Lopez Castro, and N Quintero. Lepton number violation in top quark and neutral b meson decays. *Physical Review D*, 84(9):096011, 2011.
- [38] Alain. Flores Tlalpa. *Modelo de dominancia de mesones para decaimientos semileptónicos de sabores pesados*. PhD thesis, Departamento de Física, Cinvestav, 2008.
- [39] D Andrews et al. Observation of a fourth Upsilon state in  $e^+ e^-$  annihilations. *Physical Review Letters*, 45(4):219, 1980.
- [40] T Aushev, W Bartel, A Bondar, J Brodzicka, TE Browder, P Chang, Y Chao, KF Chen, J Dalseno, A Drutskoy, et al. Physics at super B factory. *arXiv preprint arXiv:1002.5012*, 2010.

- 
- [41] S Hashimoto, M Hazumi, J Haba, JW Flanagan, and Y Ohnishi. Letter of intent for kek super b factory. Technical report, High Energy Accelerator Research Organization, Tsukuba, Ibaraki (Japan), 2004.
- [42] Pantaleo Raimondi and Andrei Seryi. Novel final focus design for future linear colliders. *Phys. Rev. Lett.*, 86:3779–3782, Apr 2001.
- [43] T Abe, I Adachi, et al. Belle II technical design report. *ArXiv preprint arXiv:1011.0352*, 2010.
- [44] K. Inami. Development of a {TOP} counter for the super b factory. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*, 595(1):96 – 99, 2008. {RICH} 2007 Proceedings of the Sixth International Workshop on Ring Imaging Cherenkov Detectors.
- [45] Andreas Moll. The software framework of the Belle II experiment. In *Journal of Physics: Conference Series*, volume 331, page 032024. IOP Publishing, 2011.
- [46] Stefan Weinzierl. Introduction to monte carlo methods. *arXiv preprint hep-ph/0006269*, 2000.
- [47] Torbjörn Sjöstrand. Monte Carlo generators. *arXiv preprint hep-ph/0611247*, 2006.
- [48] Torbjörn Sjöstrand, Stephen Mrenna, and Peter Skands. PYTHIA 6.4 physics and manual. *Journal of High Energy Physics*, 2006(05):026, 2006.
- [49] Howard Baer, Frank E Paige, Serban D Protopescu, and Xerxes Tata. ISAJET 7.40: A Monte Carlo event generator for  $pp$ ,  $\bar{p}p$ , and  $e^+e^-$  reactions. *arXiv preprint hep-ph/9810440*, 1998.
- [50] Stanislaw Jadach, Zbigniew Was, Roger Decker, and JH Kühn. The  $\tau$  decay library TAUOLA, version 2.4. *Computer Physics Communications*, 76(3):361–380, 1993.

- 
- [51] David J Lange. The EvtGen particle decay simulation package. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*, 462(1):152–155, 2001.
- [52] L Garren, IG Knowles, T Sjöstrand, and T Trippe. Monte carlo particle numbering scheme. *The European Physical Journal C-Particles and Fields*, 15(1):205–206, 2000.
- [53] S Agostinelli, John Allison, K al Amako, J Apostolakis, H Araujo, P Arce, M Asai, D Axen, S Banerjee, G Barrand, et al. GEANT4 — a simulation toolkit. *Nuclear instruments and methods in physics research section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*, 506(3):250–303, 2003.
- [54] Rene Brun and Fons Rademakers. Root—an object oriented data analysis framework. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*, 389(1):81–86, 1997.
- [55] Gary J Feldman and Robert D Cousins. Unified approach to the classical statistical analysis of small signals. *Physical Review D*, 57(7):3873, 1998.
- [56] Anders Ryd, David Lange, Natalia Kuznetsova, Sophie Versille, Marcello Rotondo, et al. EvtGen: A Monte Carlo Generator for B-Physics. 2005.
- [57] Andreas Hoecker, Peter Speckmayer, Joerg Stelzer, Jan Therhaag, Eckhard von Toerne, and Helge Voss. TMVA: Toolkit for Multivariate Data Analysis. *PoS, ACAT:040*, 2007.
- [58] Giovanni Punzi. Sensitivity of searches for new signals and its optimization. *arXiv preprint physics/0308063*, 2003.
- [59] Wouter Verkerke and David Kirkby. The roofit toolkit for data modeling. *arXiv preprint physics/0306116*, 2003.